

# Homojen Olmayan Elastik Konik Bir Kabuğun Zamana Bağlı Kuvvet Fonksiyonu Şeklinde Değişen Dış Basınç Yükü Etkisi Altındaki Dinamik Stabilitesi

Abdullah H. SOFİYEV, Fahri BİRİNCİ, Zihni ZERİN

*Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi,  
İnşaat Mühendisliği Bölümü, 55139 Kurupelit, Samsun - TÜRKİYE*

Ali DENİZ

*Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi,  
Matematik Bölümü, 55139 Kurupelit, Samsun - TÜRKİYE*

Geliş Tarihi 16.06.2000

## Özet

Bu makalede elastisite modülü ve yoğunluğu kalınlık koordinatına bağlı olarak sürekli değişen elastik konik bir kabuğun zamana bağlı kuvvet fonksiyonu şeklinde değişen üniform dış basınç yükü etkisi altında dinamik stabilitesi araştırılmakta ve temel bağıntı, dinamik stabilite ve deformasyon uygunluk denklemleri çıkarılmaktadır. Temel denklemler Galerkin metodu uygulanarak değişken katsayılı, zamana bağlı diferansiyel denkleme indirgenmekte, Sachenkov and Baktieva (1978) tarafından sunulan metod uygulanarak dinamik ve statik kritik basınç yükleri, bunlara bağlı dalga sayıları, kritik zaman, basıncın kritik impulsu ve dinamiklik katsayısı için genel formüller elde edilmektedir. Bu formüllerden elastisite modülü ve yoğunluğun değişim katsayısı sıfır olduğunda homojen izotrop elastik kabuk için uygun formüller özel olarak bulunmaktadır.

Sonuç olarak, homojen olmamanın ve dış basıncın zamana göre değişim kuvvetinin, kritik parametrelere etkisi sayısal hesaplamalarla araştırılmıştır. Bu faktörlerin, kritik parametrelere etkisinin önemli olduğu gözlenmiştir.

**Anahtar Sözcükler:** Koni kabuk, dinamik stabilite, homojen olmama, kritik yük, dinamiklik katsayısı

## Dynamic Stability of a Non-Homogeneous Elastic Conical Shell Under External Pressure Varying as a Time Dependent Power Function

### Abstract

The dynamic stability of a non-homogeneous elastic conical shell under a time dependent uniform external pressure varying as a power function is investigated in this study. Dynamic stability and displacement compatibility equations of the non-homogeneous elastic conical shell under external pressure are obtained. Applying Galerkin's method, fundamental equations are reduced to a time dependent differential equation with variable coefficients. Then, by applying the method of Sachenkov and Baktieva (1978), general formulas for dynamic and static critical loads, wave numbers, and the corresponding critical time, critical impulse and dynamic factor are obtained. From these formulas, formulas for a homogeneous isotropic elastic shell are found.

The effects of non-homogeneity and the power of time in the external pressure expression on the critical parameters are studied through pertinent computations. It is observed that these factors have appreciable effects on the critical parameters of the problem in the heading.

**Key Words:** Conical Shell, dynamic stability, non-homogeneous, critical load, dynamic factor.

## Giriş

Homojen ve homojen olmayan elastik malzemelerden oluşturulan yapı elemanlarının burkulma ve titreşim problemleri pek çok araştırmacının ilgi alanını oluşturmaktadır. Malzemeyi oluşturan bileşenlerin homojen olmayan dağılımları, onun doğal homojen olmayan fiziksel özelliklere sahip olmasına neden olur. Üretim tekniği, radyasyon etkisi, termik ve yüzeysel cilalamalar vs. ise malzemenin homojenliğini bozan faktörlerdir. Bu ise malzemenin fiziksel özelliklerinin nokta koordinatlarının fonksiyonu olarak tanımlanmasını gerektirir. Örneğin, Brickman (1954), radyasyona maruz metal kabukların elastik özelliklerinin birinci yaklaşımda kalınlık koordinatına bağlı olarak lineer değiştiğini göstermiştir. Delale and Erdoğan (1983) ve Zhang and Hasebe (1999), elastisite modülünün değişimine sınırlama koymadan, değişim için radyal koordinatlara bağlı üssel fonksiyonlar kullanmışlardır.

Uygulamada, malzeme elastik özelliklerinin değişimi sınırlı ve yeteri kadar küçük olduğu için, değişim fonksiyonlarına belirli bir sınırlama koymak gerekir. Çoğu araştırmacı bu sınırlamayı değişik şekillerde vermişlerdir. Elastisite modülü değişimini, Massalas ve arkadaşları (1981) ve (1982), önce kalınlık koordinatının, sonra da uzunluk koordinatının, Heyliger and Julani (1992), radyal koordinatın fonksiyonu olduğu titreşim problemlerini, Lomakin (1976) ve Gutierrez ve arkadaşları (1998), elastisite modülü ve malzeme yoğunluğunun koordinatların lineer, kuadratik ve kübik fonksiyonları şeklinde değiştiği problemleri, Sofiyev and Aksoğan (1999) ise elastisite modüllerinin kalınlık ve uzunluk koordinatlarının üssel ve kuvvet fonksiyonları şeklinde değiştiği durumda dinamik stabilite problemlerini ele almışlardır. Bu çalışmalarda homojen olmama fonksiyonları sürekli ve birden küçük kabul edilmiştir.

Konik kabukların statik burkulması ile ilgili ilk çalışmalarda; Mushtari and Sachenkov (1954), dairesel silindirik ve konik kabukların dış ve eksenel basınç yüklerinin birlikte etkisini, Singer (1961), eksen simetrik dış basınç yükü etkisi altında dairesel konik kabukların burkulmasını, Sachenkov and Agenesov (1964), dış ve eksenel basınç yükleri etkisi altındaki yapısal ortotrop silindirik ve konik kabukların burkulmasını ve simetrik olmayan titreşimini, Singer (1966), kompleks seriler kullanarak üç denge denklemini çözmek için bir prosedür önerisini,

Baruch ve arkadaşları (1970) ve son yıllarda Tong ve arkadaşları (1992), Donell kabuk teorisi kullanarak eksenel basınç yükleri etkisi altındaki basit mesnetli izotrop ve ortotrop konik kabukların burkulmasını, Massalas ve arkadaşları (1981) ve (1982), homojen olmayan elastik konik kabukların titreşimini ve dinamik karakteristiklerinin bulunmasını, Mecitoğlu (1996), atalet kuvvetleri etkisi altında, tabakalı homojen olmayan konik bir kabuğun dinamik denklemlerinin sayısal çözümünü ele almışlardır. İnce kalınlıklı konik kabukların zamana göre ani artan basınç yükleri etkisi altındaki dinamik stabilite problemleri ise yeteri kadar incelenmemiştir. Özellikle bu problemlerin değişik metotlarla teorik çözümlerinin, deneylerden elde edilen sonuçlarla uyum sağlamadığı görülmektedir. Bu ise, teorik çözümlerde, dinamik yüklemeye anındaki deformasyona maruz sistemlerin davranışını etkileyen tüm faktörlerin (yükün zamana göre değişme özelliği, malzemede dalgaların dağılımı vs.) gözönüne alınmasının güçlüğünden kaynaklanmaktadır. Buna göre de, son yıllarda, ince kalınlıklı konik kabukların değişik yüklemeye durumlarında teorik ve deneysel olarak incelenmesi ve bunu baz alarak kritik yükler için fonksiyonel ilişkilerin aranması, araştırmacıların ilgisini çekmektedir. Sachenkov (1976) tarafından sunulan plak ve kabukların stabilitesinin dinamik kriteri kullanılarak, Sachenkov and Klementev (1980), zamana bağlı lineer değişen dış basınç yükü etkisi altındaki elastik konik kabukların, Baktieva ve arkadaşları (1988), silindirik ve konik kabukların dinamik stabilitesini incelemiş, kritik parametreler için bulunan formüllere dahil olan bazı katsayılar deneylerden alınarak sonuçların kabul edilebileceği ortaya konmuştur.

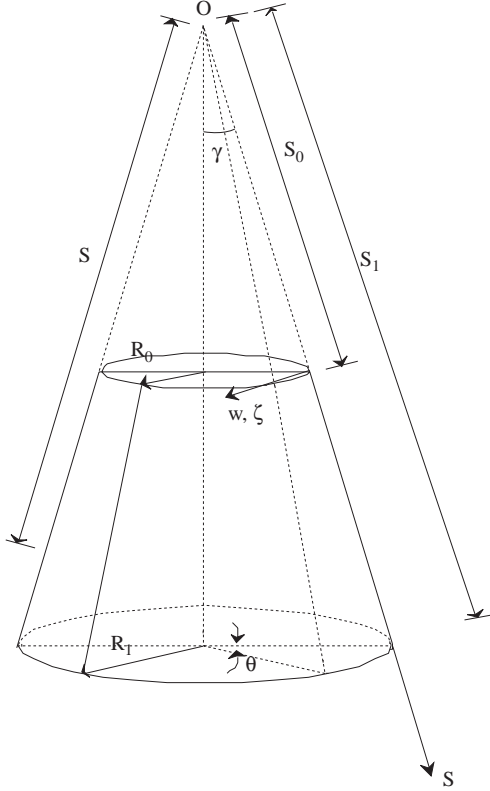
Pratikte sıvı ve rüzgar basınç yüklerinin zamana bağlı olarak sadece lineer ve periyodik şekilde değil, aynı zamanda kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiği durumlara da rastlanmaktadır. Bu tür basınç yükü etkisi altında Yakushev (1990), homojen, Sofiyev and Aksoğan (1999), homojen olmayan ortotrop elastik kabukların burkulmasını incelemişlerdir.

Bu makalede amaç, elastisite modülü ve yoğunluğu kalınlık koordinatına bağlı sürekli değişen elastik konik bir kabuğun zamana bağlı kuvvet fonksiyonu şeklinde değişen üniform dış basınç yükü etkisi altındaki dinamik stabilitesinin Sachenkov and Baktieva (1976) tarafından sunulan metoda bazı yeni düzenlemeler yapılarak araştırılmasıdır.

**Temel Bağntılar ve Denklemler**

Orta uzunluklu dairesel kesitli kesik bir konik kabuk, homojen olmayan elastik malzemeden oluşmuş ve malzemenin elastisite modülü ve yoğunluğu kalınlık koordinatının sürekli fonksiyonları olarak kabul edilmiş olsun. Bu durumda elastisite modülü, kayma modülü ve yoğunluk kalınlık koordinatının sürekli fonksiyonları olarak,

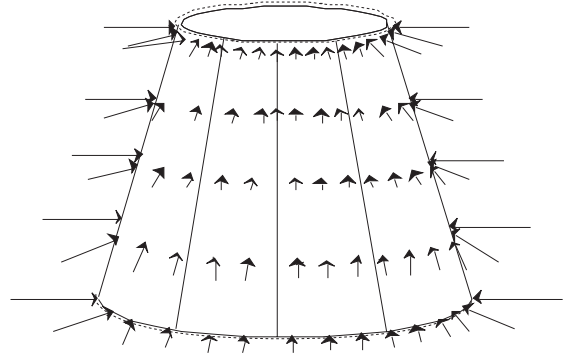
$$E(\bar{\zeta}) = E_0[1 + \mu\varphi_1(\bar{\zeta})],$$



$$\begin{aligned} G(\bar{\zeta}) &= G_0[1 + \mu\varphi_2(\bar{\zeta})], \\ \rho(\bar{\zeta}) &= \rho_0[1 + \mu\varphi_3(\bar{\zeta})], \\ \bar{\zeta} &= \zeta/h \end{aligned} \quad (1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada,  $0 \leq \mu < 1$  ve  $|\varphi_i(\bar{\zeta})| \leq 1 (i = 1, 2, 3)$  dir.

$S\theta_\zeta$  eğrisel koordinatlarını konik kabuğun orta düzleminde seçelim (Şekil 1a). noktası, kesik koni tam koniye tamamlandığında, tam koninin tepe noktası ile çakışsın.



Şekil 1. a) Konik kabuk ve koordinat sistemi, b) Zamana bağlı üniform dış basınç

Kirchhoff -Love hipotezi (Volmir, 1967)'ne göre konik kabuğun orta yüzeyinden  $\zeta$  uzaklığında bulunan tabakanın deformasyonu küçük yerdeğiştirmelerle,

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + \zeta\chi_{ij} \quad (i, j = 1, 2) \quad (2)$$

şeklinde tanımlanır. Burada,

$$\chi_{11} = -\frac{\partial^2 W}{\partial S^2}, \chi_{22} = -\frac{1}{S^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta_1^2} - \frac{1}{S} \frac{\partial W}{\partial S},$$

$$\chi_{12} = -\frac{1}{S} \frac{\partial^2 W}{\partial S \partial \theta_1} + \frac{1}{S^2} \frac{\partial W}{\partial \theta_1}, \theta_1 = \theta \sin \gamma \quad (3)$$

dir. Yukarıda tanımlanan fiziksel lineer kabuk için gerilme ve deformasyon arasındaki bağıntı aşağıdaki gibi olur:

$$\sigma_{11} = \frac{E_0[1 + \mu\varphi_1(\bar{\zeta})]}{1 - \nu^2} (\varepsilon_{11} + \nu\varepsilon_{22}),$$

$$\begin{aligned}\sigma_{22} &= \frac{E_0[1 + \mu\varphi_1(\bar{\zeta})]}{1 - \nu^2}(\nu\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}), \\ \sigma_{12} &= 2G_0[1 + \mu\varphi_2(\bar{\zeta})]\varepsilon_{12}\end{aligned}\quad (4)$$

Birim boyutlu kabuk elemanın kesitine etkiyen kuvvet ve momentler şu şekilde ifade edilebilir:

$$\begin{aligned}T_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} d\zeta \\ M_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} \zeta d\zeta, \quad (i, j = 1, 2)\end{aligned}\quad (5)$$

Volmir (1967)'in çalışmasında  $T_{ij}$ , ( $i, j=1, 2$ ) kuvvetleri ile  $\Phi$  gerilme fonksiyonu arasındaki bağıntı,

$$\begin{aligned}T_{11} &= \frac{1}{S^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta_1^2} + \frac{1}{S} \frac{\partial \Phi}{\partial S}, \quad T_{22} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2}, \\ T_{12} &= -\frac{1}{S} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial S \partial \theta_1} + \frac{1}{S^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_1},\end{aligned}\quad (6)$$

şeklinde verilmiştir. (2), (3) ifadelerini (4), elde edilen ifadeler (5) bağıntılarında yerine yazılıp, (6) ifadeleri de gözönüne alındığında ve gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra,

$$e_{11} = \frac{b_{11}}{S^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta_1^2} + \frac{b_{11}}{S} \frac{\partial \Phi}{\partial S} + b_{12} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial S^2} - b_{13} \frac{\partial^2 W}{\partial S^2} - \frac{b_{14}}{S^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta_1^2} - \frac{b_{14}}{S} \frac{\partial W}{\partial S}, \quad (7a)$$

$$e_{22} = \frac{b_{12}}{S^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta_1^2} + \frac{b_{12}}{S} \frac{\partial \Phi}{\partial S} + b_{11} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial S^2} - b_{14} \frac{\partial^2 W}{\partial S^2} - \frac{b_{13}}{S^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta_1^2} - \frac{b_{13}}{S} \frac{\partial W}{\partial S}, \quad (7b)$$

$$e_{12} = -\frac{b_{31}}{S} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial S \partial \theta_1} + \frac{b_{31}}{S^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_1} - \frac{b_{32}}{S} \frac{\partial^2 W}{\partial S \partial \theta_1} + \frac{b_{32}}{S^2} \frac{\partial W}{\partial \theta_1} \quad (7c)$$

$$M_{11} = \frac{c_{11}}{S^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta_1^2} + \frac{c_{11}}{S} \frac{\partial \Phi}{\partial S} + c_{12} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial S^2} - c_{13} \frac{\partial^2 W}{\partial S^2} - \frac{c_{14}}{S^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta_1^2} - \frac{c_{14}}{S} \frac{\partial W}{\partial S}, \quad (8a)$$

$$M_{22} = \frac{c_{12}}{S^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta_1^2} + \frac{c_{12}}{S} \frac{\partial \Phi}{\partial S} + c_{11} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial S^2} - c_{14} \frac{\partial^2 W}{\partial S^2} - \frac{c_{13}}{S^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta_1^2} - \frac{c_{13}}{S} \frac{\partial W}{\partial S}, \quad (8b)$$

$$M_{12} = -\frac{c_{31}}{S} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial S \partial \theta_1} + \frac{c_{31}}{S^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_1} - \frac{c_{32}}{S} \frac{\partial^2 W}{\partial S \partial \theta_1} + \frac{c_{32}}{S^2} \frac{\partial W}{\partial \theta_1} \quad (8c)$$

ifadeleri elde edilir. Burada, şu tanımlar geçerlidir:

$$\begin{aligned}c_{11} &= a_{11}^1 b_{11} + a_{12}^1 b_{12}, \quad c_{12} = a_{11}^1 b_{12} + a_{12}^1 b_{11}, \quad c_{13} = a_{11}^1 b_{13} + a_{12}^1 b_{14} + a_{11}^2, \quad c_{14} = a_{11}^1 b_{14} + a_{12}^1 b_{13} + a_{12}^2, \\ c_{31} &= a_{33}^1 b_{31}, \quad c_{32} = a_{33}^1 b_{32} + 2a_{33}^2, \quad b_{11} = a_{11}^0 L_0^{-1}, \quad b_{12} = -a_{12}^0 L_0^{-1}, \quad b_{13} = (a_{12}^0 a_{12}^1 - a_{11}^1 a_{11}^0) L_0^{-1}, \\ b_{14} &= (a_{12}^0 a_{11}^1 - a_{12}^1 a_{11}^0) L_0^{-1}, \quad b_{31} = 1/a_{33}^0, \quad b_{32} = -2a_{33}^1/a_{33}^0, \quad L_0 = (a_{11}^0)^2 - (a_{12}^0)^2, \quad a_{12}^k = \nu a_{11}^k, \\ a_{11}^k &= \frac{E_0 h^{k+1}}{1 - \nu^2} \int_{-1/2}^{1/2} \bar{\zeta}^k [1 + \mu\varphi_1(\bar{\zeta})] d\bar{\zeta}, \quad a_{33}^k = 2G_0 h^{k+1} \int_{-1/2}^{1/2} \bar{\zeta}^k [1 + \mu\varphi_2(\bar{\zeta})] d\bar{\zeta}, \quad k = 0, 1, 2\end{aligned}\quad (9)$$

Sachenkov and Klementev (1980)'in çalışmasında konik kabuğun dinamik stabilite ve deformasyon uy-

gunluk denklemlerini şu şekilde vermişlerdir:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 M_{11}}{\partial S^2} + \frac{2}{S} \frac{\partial M_{11}}{\partial S} + \frac{2}{S} \frac{\partial^2 M_{12}}{\partial S \partial \theta_1} - \frac{1}{S} \frac{\partial M_{22}}{\partial S} + \frac{2}{S^2} \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_1} + \frac{1}{S^2} \frac{\partial^2 M_{22}}{\partial \theta_1^2} + \\ \frac{T_{22}}{S} ctg\gamma + T_{11}^0 \frac{\partial^2 W}{\partial S^2} + \frac{T_{22}^0}{S} \left( \frac{1}{S} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta_1^2} + \frac{\partial W}{\partial S} \right) + 2T_{12}^0 \frac{\partial}{\partial S} \left( \frac{1}{S} \frac{\partial W}{\partial \theta_1} \right) = \bar{\rho} h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}\end{aligned}\quad (10)$$

$$\frac{ctg\gamma}{S} \frac{\partial^2 W}{\partial S^2} - \frac{1}{S} \frac{\partial^2 e_{12}}{\partial S \partial \theta_1} - \frac{1}{S^2} \frac{\partial e_{12}}{\partial \theta_1} + \frac{\partial^2 e_{22}}{\partial S^2} + \frac{1}{S^2} \frac{\partial^2 e_{11}}{\partial \theta_1^2} + \frac{2}{S} \frac{\partial e_{22}}{\partial S} - \frac{1}{S} \frac{\partial e_{11}}{\partial S} = 0 \quad (11)$$

Burada,  $\tilde{\rho} = \rho_0 \int_{-1/2}^{1/2} [1 + \mu\varphi_3(\bar{\zeta})] d\bar{\zeta}$  dir. Yaku-  
shev (1990)' in çalışmasında olduğu gibi, konik  
kabuğun zamanla kuvvet fonksiyonu şeklinde değişen  
dış basınç yükü (Şekil 1b) etkisi altında olduğu kabul  
edildiğinde:

$$T_{11}^0 = 0, T_{22}^0 = -S(P_1 + P_0 t^\alpha) t g \gamma, T_{12}^0 = 0 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & c_{12} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial S^4} + \frac{2c_{12}}{S} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial S^3} - \frac{c_{12}}{S^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial S^2} + \frac{c_{12}}{S^3} \frac{\partial \Phi}{\partial S} + \frac{2(c_{11} - c_{31})}{S^2} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial S^2 \partial \theta_1^2} + \\ & \frac{c_{12}}{S^4} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta_1^4} + \frac{2(c_{31} - c_{11})}{S^3} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial S \partial \theta_1^2} + \frac{2(c_{11} - c_{31} + c_{12})}{S^4} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta_1^2} + \frac{ctg\gamma}{S} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial S^2} - \\ & \frac{c_{13}}{S^4} \frac{\partial^4 W}{\partial \theta_1^4} - \frac{2(c_{14} + c_{32})}{S^2} \frac{\partial^4 W}{\partial S^2 \partial \theta_1^2} + \frac{2(c_{14} + c_{32})}{S^3} \frac{\partial^3 W}{\partial S \partial \theta_1^2} - \frac{2(c_{14} + c_{32} + c_{13})}{S^4} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta_1^2} \\ & c_{13} \frac{\partial^4 W}{\partial S^4} - \frac{2c_{13}}{S} \frac{\partial^3 W}{\partial S^3} + \frac{c_{13}}{S^2} \frac{\partial^2 W}{\partial S^2} - \frac{c_{13}}{S^3} \frac{\partial W}{\partial S} - \\ & S(P_1 + P_0 t^\alpha) t g \gamma \left( \frac{1}{S^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta_1^2} + \frac{1}{S} \frac{\partial W}{\partial S} \right) = \tilde{\rho} h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \frac{b_{11}}{S^4} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta_1^4} - \frac{b_{31} + 2b_{12}}{S^3} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial S \partial \theta_1^2} + \frac{b_{31} + 2b_{12}}{S^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial S^2 \partial \theta_1^2} + \frac{b_{31} + 2b_{12} + 2b_{11}}{S^4} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta_1^2} + \\ & \frac{b_{11}}{S^3} \frac{\partial \Phi}{\partial S} + \frac{b_{12} - b_{11}}{S^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial S^2} + \frac{2b_{11}}{S} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial S^3} + b_{11} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial S^4} + \\ & \frac{b_{32} - 2b_{13}}{S^2} \frac{\partial^4 W}{\partial S^2 \partial \theta_1^2} + \frac{2b_{13} - b_{32}}{S^3} \frac{\partial^3 W}{\partial S \partial \theta_1^2} + \frac{b_{32} - 2b_{13} - 2b_{14}}{S^4} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta_1^2} - \\ & \frac{b_{14}}{S^4} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta_1^4} - \frac{b_{14}}{S^3} \frac{\partial \Phi}{\partial S} + \left( \frac{b_{14}}{S^2} + \frac{ctg\gamma}{S} \right) \frac{\partial^2 W}{\partial S^2} - \frac{2b_{14}}{S} \frac{\partial^3 W}{\partial S^3} - b_{14} \frac{\partial^4 W}{\partial S^4} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

### Denklemlerin Çözümü

Sachenkov and Agenosov (1964)'un çalışmasına  
dayanarak, (13) ve (14) denklemler sistemine dahil  
olan fonksiyonların,  $\theta_1$  değişkenine göre diferansiyel-  
lendiğinde ani artan, ve S değişkenine göre diferan-  
siyellendiğinde ise yavaş değişen olması özelliği göz

önüne alınarak ve  $r = \ln S/S_1$  dönüşümünden sonra,  
değişik elastisite modülü ve yoğunluğun değişim  
fonksiyonları için  $c_{12}$  ve  $b_{14}$  ün yaklaşık sıfıra yakın  
değerler aldığı dikkate alıp, sadeleştirme yapılarak,  
elde edilen denklemleri sırasıyla  $W S_1^2 e^{2r} dr d\theta_1$  ve  
 $\Phi S_1^2 e^{2r} dr d\theta_1$  ifadeleriyle çarpılıp, Galerkin metodu  
uygulandığında,

$$\int_0^{2\pi} \int_{-l}^0 \left[ \frac{c_{13}}{S_1^4 e^{4r}} \frac{\partial^4 W}{\partial \theta_1^4} - \frac{ctg\gamma}{S_1^3 e^{3r}} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + (P_1 + P_0 t^\alpha) \frac{tg\gamma}{S_1 e^r} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta_1^2} + \tilde{\rho} h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \right] W S_1^2 e^{2r} dr d\theta_1 = 0 \quad (15)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_{-l}^0 \left[ \frac{b_{11}}{S_1^4 e^{4r}} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta_1^4} + \frac{ctg\gamma}{S_1^3 e^{3r}} \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} \right] \Phi S_1^2 e^{2r} dr d\theta_1 = 0 \quad (16)$$

denklemler elde edilir. Burada,  $l = \ln(S_1/S_0)$   
dir. Konik kabuğun büyük ve küçük tabanları çevre

boyunca mafsallı olduğundan, W yerdeğiştirme ve  $\Phi$   
gerilme fonksiyonları aşağıdaki gibi seçilebilir:

$$W = e^{\mu_0 r} \xi(t) \sin m_1 r \cos n_1 \theta_1, \quad \Phi = S_1 e^{\bar{\mu}_0 r} \phi(t) \sin m_1 r \cos n_1 \theta_1 \quad (17)$$

Burada,  $m_1 = m\pi/l$ ,  $n_1 = n/\sin\gamma$  ve  $\bar{\mu}_0 = \mu_0 + 1$  dir. Sachenkov and Agenesov (1964)'un çalışmasında

kesik koni için  $\mu_0$  parametresini  $l$  geometrik parametresine bağlı olarak,

$$l < 2, 7 \text{ ise } \mu_0 = 1, 2, \quad 2, 7 \leq l \leq 3, 5 \text{ ise } \mu_0 = 1, 6 \text{ ve } l > 3, 5 \text{ ise } \mu_0 = 2, 0 \quad (18)$$

şeklinde değiştiğini kanıtlamışlardır. (17) ifadeleri (15) ve (16) denklemlerinde yerine yazılıp integraller

alınıp sonra, elde edilen denklemlerden de  $\phi(t)$  yok edildiğinde,

$$\frac{d^2\xi(\tau)}{d\tau^2} + \left[ \Lambda - (P_1 + P_0\tau^\alpha t_{kr}^\alpha) \frac{t_{kr}^2 \delta_{1/2} t g \gamma n_1^2}{\bar{\rho} h S_1} \right] \xi(\tau) = 0 \quad (19)$$

diferansiyel denklemi elde edilir. Burada,  $t = t_{kr}\tau$ ,  $0 \leq \tau \leq 1$  olup,

$$\Lambda = \frac{t_{kr}^2}{\bar{\rho} h S_1^2} \left[ \frac{c_{13}}{S_1^2} \delta_{-1} n_1^4 + \frac{m_2^2}{n_1^4} \frac{\delta_0}{b_{11}} ctg^2 \gamma \right] \quad (20a)$$

$$m_2^2 = (m_1^2 + \mu_0^2)(m_1^2 + \mu_0^2 - 1) \quad (20b)$$

$$\delta_{k_1} = \frac{[1 - e^{-2(\mu_0+k_1)l}][m_1^2 + (\mu_0 + 1)^2](\mu_0 + 1)}{[1 - e^{-2(\mu_0+1)l}][m_1^2 + (\mu_0 + k_1)^2](\mu_0 + k_1)}, \quad k_1 = -1, 0, 1/2 \quad (20c)$$

dir.  $(\xi, \tau)$  eğrisinin  $\tau = 1$  için bir maksimuma sahip olduğundan,

$$\xi(0) = 0, \quad \xi'(1) = 0 \quad (21)$$

başlangıç koşulları olarak almır. Sachenkov and Baktieva (1978), çalışmasında (21) koşullarını sağlayan yaklaşım fonksiyonunu birinci yaklaşımda,

$$\xi(\tau) = Ae^{\beta\tau} \tau[(\beta + 2)(\beta + 1)^{-1} - \tau] \quad (22)$$

şeklinde seçmişlerdir. Minimum kritik yüke karşı gelen  $\beta$  katsayısını bulmak için, dinamik kritik yükün

$\beta$  katsayısına bağlı grafiği çizilir. Elde edilen parabol eğrisinin minimum noktasının ordinatı dinamik kritik yükün minimal değerine, apsisi ise  $\beta$  katsayısının değerine karşı gelmektedir. Dış basınç yükü zamana bağlı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde yapılacak hesaplardan  $\beta = \alpha + 1$  olduğu görülür.

Sachenkov and Baktieva (1978) tarafından sunulan metot (19) denkleminde uygulandığında, yani bu denklem önce  $\xi'(\tau)$  ile çarpılıp,  $\tau$  ya göre, sırasıyla 0 dan  $\tau$  ya ve 0 dan 1' e integrali alındığında,

$$P_0 t_{kr}^\alpha = B_0(\alpha) \left[ \frac{c_{13}}{S_1^3} \frac{\delta_{-1} ctg \gamma}{\delta_{1/2}} n_1^2 + \frac{1}{S_1} \frac{m_2^2}{b_{11}} \frac{\delta_0}{\delta_{1/2}} \frac{ctg^3 \gamma}{n_1^6} - P_1 \right] + \frac{B_1(\alpha) \bar{\rho} h S_1 ctg \gamma}{t_{kr}^2 \delta_{1/2} n_1^2} \quad (23)$$

karakteristik denklemi elde edilir. Burada, aşağıdaki tanımlar geçerlidir:

$$B_0(\alpha) = \frac{\int_0^1 [\xi(\tau)]^2 d\tau}{2 \int_0^1 \int_0^\tau \eta^\alpha \xi'(\eta) \xi(\eta) d\eta d\tau}, \quad B_1(\alpha) = \frac{\int_0^1 [\xi'(\tau)]^2 d\tau}{2 \int_0^1 \int_0^\tau \eta^\alpha \xi'(\eta) \xi(\eta) d\eta d\tau} \quad (24)$$

$(P_0 t_{kr}^\alpha)$  fonksiyonu  $n_1^2$  parametresine göre minimize edilerek (23) denkleminde göz önüne

alındığında, bazı işlemlerden sonra minimal kritik yükün bulunması için,

$$P_0 t_{kr}^\alpha = 2B_0(\alpha) \left[ \frac{c_{13}}{S_1^3} \frac{\delta_{-1} ctg \gamma}{\delta_{1/2}} n_1^2 - \frac{m_2^2}{S_1 b_{11}} \frac{\delta_0}{\delta_{1/2}} \frac{ctg^3 \gamma}{n_1^6} - \frac{P_1}{2} \right] \quad (25)$$

denklemi elde edilir. (23) ve (25) denklemlerinden  $t_{kr}$  yok edildiğinde,  $n_1$  dalga parametresine bağlı

aşağıdaki denklem bulunur:

$$(1 - 3\Psi) \left( 1 - \Psi - \frac{1}{2} \bar{P}_1 \Psi^{1/4} \right)^{\frac{2}{\alpha}} = C \Psi^{\frac{1+\alpha}{2\alpha}} \quad (26)$$

Burada, aşağıdaki tanımlar geçerlidir:

$$\Psi = \frac{m_2^2 S_1^2 \delta_0 ctg^2 \gamma}{c_{13} b_{11} \delta_{-1} n_1^8}, \quad (27a)$$

$$\bar{P}_1 = \frac{\delta_{1/2} S_1^{5/2} b_{11}^{1/4} P_1}{\delta_0^{1/4} [c_{13} \delta_{-1}]^{3/4} ctg^{3/2} \gamma} \quad (27b)$$

$$C = \frac{B_1(\alpha) \bar{\rho} h (0.5 P_0 \delta_{1/2})^{\frac{2}{\alpha}} S_1^{\frac{3\alpha+5}{\alpha}} b_{11}^{\frac{1+\alpha}{2\alpha}}}{B_0^{\frac{2+\alpha}{\alpha}}(\alpha) [m_2^2]^{\frac{1+\alpha}{2\alpha}} [c_{13} \delta_{-1} ctg^2 \gamma]^{\frac{3+\alpha}{2\alpha}}} \quad (27c)$$

$P_0 \geq 200 \text{MPa}$  için (26) denklemi çözüldüğünde ve  $\Psi$  değişkenin değeri (27a) ifadesinde yerine yazıldığında,

$$n_1^2 = \left[ \frac{m_2^2 S_1^2 \delta_0}{c_{13} b_{11} \delta_{-1}} ctg^2 \gamma \right]^{1/4} C^{\frac{\alpha}{2(1+\alpha)}} \quad (28a)$$

$$P_{kr}^d = P_0 t_{kr}^\alpha = \frac{2B_0(\alpha)}{\delta_{1/2}} \left[ \frac{m_2^2}{S_1^{10} b_{11}} \delta_0 \right]^{1/4} [c_{13} \delta_{-1} ctg^2 \gamma]^{3/4} C^{\frac{\alpha}{2(1+\alpha)}} \quad (29)$$

ifadesi elde edilir. Statik durumda ( $t_{kr} \rightarrow \infty, P_0 \rightarrow 0$ ) statik kritik yüke karşı gelen dalga sayısı için,

$$n_{st}^2 = \left[ \frac{3m_2^2 S_1^2 \delta_0}{c_{13} b_{11} \delta_{-1}} ctg^2 \gamma \right]^{1/4} \sin^2 \gamma \quad (30)$$

ifadesi elde edilir.  $P_1 = 0$  olduğunda (30) ifadesi (25) denkleminde yerine koyularak,  $P_0 t_{kr}^\alpha / B_0(\alpha)$  yerine  $P_{kr}^{st}$  yazıldığında, statik kritik yük için,

$$P_{kr}^{st} = \frac{4}{3^{3/4}} \frac{1}{\delta_{1/2}} \left[ \frac{m_2^2 \delta_0}{S_1^{10} b_{11}} \right]^{1/4} [c_{13} \delta_{-1} ctg^2 \gamma]^{3/4} \quad (31)$$

Dinamiklik katsayısı için,

$$K_d = \frac{P_{kr}^d}{P_{kr}^{st}} = \frac{3^{3/4} B_0(\alpha)}{2} C^{\frac{\alpha}{2(1+\alpha)}} \quad (32)$$

$$I_{kr} = \frac{1}{(1+\alpha) P_0^{1/\alpha}} \left[ \frac{2B_0(\alpha)}{\delta_{1/2}} \right]^{(1+\alpha)/\alpha} \left[ \frac{m_2^2 \delta_0}{S_1^{10} b_{11}} \right]^{(1+\alpha)/(4\alpha)} [c_{13} \delta_{-1} ctg^2 \gamma]^{3(1+\alpha)/(4\alpha)} C^{1/2} \quad (35)$$

ifadesi elde edilir.  $\mu = 0, \alpha = 1$  ve  $\rho_0 = E_0/V^2$  olduğunda zamana bağlı lineer değişen üniform dış

$$P_{kr}^{st} = 0,282 \frac{E_0}{(1-\nu^2)^{3/4}} \left( \frac{h}{S_1} \right)^{5/2} \left( \frac{\delta_0 \delta_{-1}^3}{\delta_{1/2}^4} \right)^{1/4} [m_2 ctg^3 \gamma]^{1/2} \quad (36)$$

$$P_{kr}^d = 3,6958 \left[ \frac{E_0^2}{1-\nu^2} \right]^{1/4} \left( \frac{h^2 P_0}{V S_1} \right)^{1/2} \left( \frac{\delta_{-1}}{\delta_{1/2}^2} ctg^2 \gamma \right)^{1/4} \quad (37)$$

ve dinamik kritik yüke karşı gelen dalga sayısı için,

$$n_d^2 = \left[ \frac{m_2^2 S_1^2 \delta_0}{c_{13} b_{11} \delta_{-1}} ctg^2 \gamma \right]^{1/4} C^{\frac{\alpha}{2(1+\alpha)}} \sin^2 \gamma \quad (28b)$$

ifadesi elde edilir. Burada,  $n_d$  dalga sayısı, dinamik yük etkisi altında konik kabuğun stabilitesinin kaybolma şeklini karakterize etmekte ve dinamik yükün değişme kuralına bağlı olmaktadır.  $P_1 = 0$  olduğunda (28a) ifadesi (25) denkleminde yerine yazıldığında, dinamik kritik yük için,

ifadeleri elde edilir. (29) ifadesinden kritik zaman için,

$$t_{kr} = \left[ \frac{2B_0(\alpha)}{P_0 \delta_{1/2}} \right]^{1/\alpha} \left[ \frac{m_2^2 \delta_0}{S_1^{10} b_{11}} \right]^{1/(4\alpha)} [c_{13} \delta_{-1} ctg^2 \gamma]^{3/(4\alpha)} C^{\frac{1}{2(1+\alpha)}} \quad (33)$$

ifadesi elde edilir. Kritik impuls aşağıdaki formülle hesaplanır:

$$I_{kr} = \int_0^{t_{kr}} P_0 t^\alpha dt = \frac{P_0 t_{kr}^{\alpha+1}}{\alpha+1} \quad (34)$$

(33) ifadesi (34) formülünde gözönüne alındığında kritik impuls için,

basınç yükü etkisindeki homojen izotrop elastik konik kabuk için ifadeler özel olarak elde edilir:

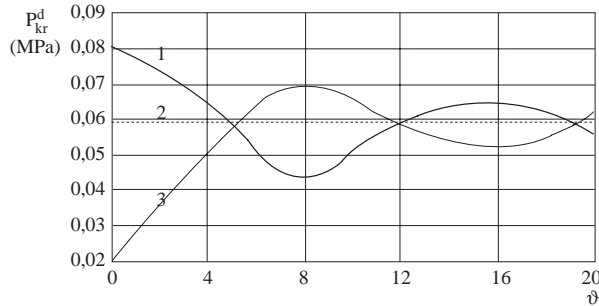
$$K_D = 13,1 \frac{(1-\nu^2)^{1/2}}{E_0^{1/2}} \left( \frac{P_0 S_1^4}{h^3 V} \right)^{1/2} \frac{tg\gamma}{m_2^{1/2}} \left( \frac{\delta_{1/2}}{\delta_0^{1/2} \delta_1} \right)^{1/2} \quad (38)$$

$$t_{kr} = 3,6958 \left[ \frac{E_0^2}{1-\nu^2} \right]^{1/4} \left( \frac{h^2}{P_0 V S_1} \right)^{1/2} \left( \frac{\delta_{-1}}{\delta_{1/2}^2} ctg^2 \gamma \right)^{1/4} \quad (39)$$

$$I_{kr} = 6,8295 \frac{E_0}{(1-\nu^2)^{1/2}} \frac{h^2}{V S_1} \frac{\delta_{-1}^{1/2}}{\delta_{1/2}} ctg\gamma \quad (40)$$

### Sayısal Hesaplar ve Analiz

Bu kısımda, elde edilen formüllerden sayısal sonuçların bulunması için MAPLEV2 programından yararlanılmıştır. Hesaplar, Sachenkov and Klementev (1980)'in deney testlerinde kullanmış oldukları  $E_0 = 2,11 \times 10^5$  MPa,  $\nu = 0,3$ ,  $\rho_0 = 8 \times 10^2$  kg  $s^2/m^4$  malzeme sabitleri,  $h = 1,3 \times 10^{-4}$  m,  $R_1 = 8 \times 10^{-2}$  m,  $R_0 = 2,25 \times 10^{-2}$  m,  $l = 1,260$  kabuk parametreleri, basıncın zamana göre değişim katsayısı  $\alpha = 1$  ve  $P_0 = 225$  MPa/s yükleme hızı dikkate alınarak yapılmış, elde edilen sonuçlar grafik ve tablolar olarak sunulmuştur. Ayrıca, değişik  $\alpha$  değerleri için hesaplar verilmiştir (Tablo 2).



Şekil 2. Dinamik kritik yükün  $\vartheta$  parametresine bağlı değişimi

Şekil 2 incelendiğinde; 1'de  $\varphi_i(\bar{\zeta}) = e^{-0,1|\bar{\zeta}|} \cos(v\bar{\zeta})$ , ( $i = 1, 3$ ) ve  $\mu = 0, 90$  için  $0 \leq v \leq 5,1$  aralığında dinamik kritik yükün değeri homojen haldeki değerden büyük olup,  $v = 0$  da en büyük değerini 0,0805 MPa,  $5,1 < v \leq 12,1$  aralığında ise küçük olup,  $v = 8$  olduğunda en küçük 0,4360 MPa değerini aldığı, 2'de yatay çizgi homojen duruma karşı geldiği ve dinamik kritik yükün 0,0588 MPa olduğu, 3' de  $\varphi_i(\bar{\zeta}) = -e^{-0,1|\bar{\zeta}|} \cos(v\bar{\zeta})$ , ( $i = 1, 3$ ), ve  $\mu = 0, 90$

için  $0 \leq v \leq 5,1$  aralığında dinamik kritik yükün değeri homojen haldeki değerden küçük olup,  $v = 0$  da en küçük değerini 0,0210 MPa,  $5,1 < v \leq 12,1$  aralığında ise büyük olup,  $v = 8$  olduğunda en büyük 0,0691 MPa değerini aldığı, tüm şekil dikkate alındığında,  $v > 12,1$  için dinamik kritik yükün değerine elastisite modülü ve yoğunluk değişiminin etkisinin az olduğu görülür.

$\varphi_i(\bar{\zeta}) = \pm e^{-0,1|\bar{\zeta}|} \cos(0, 2\bar{\zeta})$ , ( $i = 1, 3$ ), olduğunda,  $\gamma$  açısının artışına bağlı olarak dinamik kritik yük, kritik impuls ve kritik zaman değerleri azalmaktadır. Statik kritik yük ve dinamiklik katsayısı değerleri  $\gamma \leq 45^\circ$  olması durumunda azalmakta ve  $\gamma > 45^\circ$  olması durumunda artmaktadır.  $\varphi_i(\bar{\zeta}) = e^{-0,1|\bar{\zeta}|} \cos(0, 2\bar{\zeta})$ , ( $i = 1, 3$ ), için elastisite modülü ve yoğunluğun değişiminin etkisiyle dinamik ve statik kritik yüklere karşı gelen dalga sayıları arasındaki fark homojen duruma göre azalmakta,  $\varphi_i(\bar{\zeta}) = -e^{-0,1|\bar{\zeta}|} \cos(0, 2\bar{\zeta})$ , ( $i = 1, 3$ ) için ise artmaktadır.  $\gamma$  açısı arttığında elastisite modülü ve yoğunluğun değişiminin dinamik kritik yük ve dinamiklik katsayısına etkisi değişmemektedir (Tablo 1).

Basıncın zamana göre değişim katsayısı olan  $\alpha$  arttığında dinamik kritik yük ve dinamiklik katsayısı değerleri azalmaktadır. Elastisite modülü ve yoğunluğun değişimi lineer ve kuadratik fonksiyonlarla verildiğinde, homojen olmamanın kritik parametrelere etkisi kuadratik durumda, üstel fonksiyon şeklinde alındığında ise hem lineer ve hem de kuadratik durumdaki daha fazla olmaktadır.  $\varphi_i(\bar{\zeta}) = -e^{-0,1|\bar{\zeta}|} \cos(0, 2\bar{\zeta})$ , ( $i = 1, 3$ ) ve  $\mu = 0, 90$  olduğunda, dinamik kritik yük değerleri homojen hale göre  $\alpha = 1$  için % 63,95,  $\alpha = 4$  için % 78,57 azalmakta, dinamiklik katsayısı değerleri ise homojen hale göre  $\alpha = 1$  için 1,72 kat,  $\alpha = 4$  için % 47,09 artmaktadır. Yani,  $\alpha$  arttığında elastisite modülü ve yoğunluğun değişiminin dinamik kritik yüke etkisi artmakta, dinamiklik katsayısına etkisi azalmaktadır (Tablo 2).



**Tablo 1.** Değişik açıları için kritik parametrelerin değişimi

$\varphi_i(\bar{\zeta}) = e^{-0,1 \bar{\zeta} } \cos(0, 2\bar{\zeta}), (i = 1, 3)$								
$\gamma$	$\mu$	$n_d$	$n_{st}$	$P_{kr}^d$ (MPa)	$P_{kr}^{st}$ (MPa)	$K_d$	$t_{kr}$ (s)	$l_{kr}$ (MPa s)
20°	0	21	18	0,0806	0,0205	3,9248	0,0010	0,0011
	0,9	18	18	0,1103	0,0384	2,8744	0,0010	0,0011
30°	0	15	14	0,0774	0,0266	2,9131	0,0009	0,0009
	0,9	13	14	0,1059	0,0496	2,1335	0,0009	0,0009
40°	0	12	12	0,0728	0,0284	2,5617	0,0009	0,0009
	0,9	10	12	0,0996	0,0531	1,8762	0,0009	0,0009
45°	0	11	11	0,0700	0,0277	2,5228	0,0008	0,0007
	0,9	9	11	0,0957	0,0518	1,8477	0,0008	0,0007
50°	0	10	11	0,0667	0,0260	2,5617	0,0008	0,0007
	0,9	9	11	0,0912	0,0486	1,8762	0,0008	0,0007
60°	0	10	9	0,0588	0,0202	2,9131	0,0007	0,0006
	0,9	8	9	0,0805	0,0377	2,1335	0,0007	0,0006
70°	0	10	8	0,0487	0,0124	3,9248	0,0006	0,0004
	0,9	8	8	0,0665	0,0231	2,8744	0,0006	0,0004
80°	0	11	7	0,0347	0,0470	7,3761	0,0004	0,0002
	0,9	9	7	0,0474	0,0088	5,4022	0,0004	0,0002
$\varphi_i(\bar{\zeta}) = -e^{-0,1 \bar{\zeta} } \cos(0, 2\bar{\zeta}), (i = 1, 3)$								
20°	0,9	35	18	0,0290	0,0027	10,6553	0,0010	0,0011
30°	0,9	25	14	0,0279	0,0035	7,9087	0,0009	0,0009
40°	0,9	20	12	0,0262	0,0038	6,9548	0,0009	0,0009
45°	0,9	18	11	0,0252	0,0037	6,8491	0,0008	0,0007
50°	0,9	17	11	0,0240	0,0035	6,9548	0,0008	0,0007
60°	0,9	16	9	0,0212	0,0027	7,9087	0,0007	0,0006
70°	0,9	16	8	0,0175	0,0016	1,6553	0,0006	0,0004
80°	0,9	18	7	0,0125	0,0006	20,0255	0,0004	0,0002

**Tablo 2.** Değişik  $\alpha$  ve  $\varphi_i(\bar{\zeta}), (i = 1, 3)$ , için dinamik kritik yük ve dinamiklik katsayısının değişimi

$P_0=225$ MPa/s $^\alpha$ $\gamma = 30^\circ$	$\mu = 0$		$\varphi_i(\bar{\zeta}) = -\bar{\zeta}$ $\mu = 0,9$		$\varphi_i(\bar{\zeta}) = -\bar{\zeta}^2$ $\mu = 0,9$		$\varphi_i(\bar{\zeta}) = -e^{-0,1 \bar{\zeta} }$ $\cos(0, 2\bar{\zeta})$ $\mu = 0,9$	
	$\alpha$	$P_{kr}^d$ (MPa)	$K_d$	$P_{kr}^d$ (MPa)	$K_d$	$P_{kr}^d$ (MPa)	$K_d$	$P_{kr}^d$ (MPa)
1,0	0,0774	2,9131	0,0761	3,0167	0,0732	3,1321	0,0279	7,9087
2,0	0,0072	0,2723	0,0071	0,2804	0,0067	0,2874	0,0019	0,5259
3,0	0,0025	0,0942	0,0024	0,0967	0,0023	0,0985	0,0005	0,1534
4,0	0,0014	0,0533	0,0014	0,0546	0,0013	0,0551	0,0003	0,0784

Elastisite modülü ve yoğunluğun aynı zamanda kalınlık koordinatına bağlı olarak değişiminin dinamik kritik yüke etkisi, yoğunluğun sabit olduğu durumdaki etkisinden fazla olduğu halde, dinamiklik katsayısına etkisi az olmaktadır. Örneğin,  $\varphi_i(\bar{\zeta}) = -e^{-0,1|\bar{\zeta}|} \cos(2, 1\bar{\zeta})$  olduğunda, dinamik kritik yük ( $i=1,3$ ) olduğunda en fazla % 42,52,

( $i=1$ ) olduğunda en fazla % 15,83, ( $i=3$ ) olduğunda en fazla % 22,59 azalmaktadır. Dinamiklik katsayısı ise ( $i=1,3$ ) olduğunda en fazla % 58,02 artmakta, ( $i=1$ ) olduğunda en fazla %82,46 artmakta, ( $i=3$ ) olduğunda en fazla % 27,73 azalmaktadır. Malzeme yoğunluğu sabit tutularak elastisite modülü değiştiğinde, değişim fonksiyonunun negatif

olduğu durumda  $n_{st}$  ve  $n_d$  değerleri arasındaki farkın (Tablo 3). büyümesi de kabuğun burkulmasına neden olabilir

**Tablo 3.** Elastisite modülü ve yoğunluğun değişimine bağlı kritik parametrelerin dağılımı

$\mu$	$\varphi_i(\bar{\zeta}) = -e^{-0,1 \bar{\zeta} } \cos(2, 1\bar{\zeta}), \gamma = 60^\circ$												
	(i=1,3)				(i=1)				(i=3)				
	$n_{st}$	$n_d$	$P_{kr}^d$ (MPa)	$K_d$	$n_{st}$	$n_d$	$P_{kr}^d$ (MPa)	$K_d$	$n_{st}$	$n_d$	$P_{kr}^d$ (MPa)	$K_d$	
0	9	10	0,0588	2,9131	9	10	0,0588	2,9131	9	10	0,0588	2,9131	
0,3	9	10	0,0519	3,2566	9	11	0,0556	3,4906	9	9	0,0549	2,7178	
0,6	9	11	0,0439	3,7598	9	12	0,0518	4,4377	9	9	0,0498	2,4681	
0,9	9	12	0,0338	4,6034	9	14	0,0468	6,3691	9	8	0,0425	2,1055	
$\mu$	$\varphi_i(\bar{\zeta}) = e^{-0,1 \bar{\zeta} } \cos(2, 1\bar{\zeta}), \gamma = 60^\circ$												
	0	9	10	0,0588	2,9131	9	10	0,0588	2,9131	9	10	0,0588	2,9131
	0,3	9	9	0,0650	2,6534	9	9	0,0616	2,5190	9	10	0,0621	3,0755
	0,6	9	9	0,0706	2,4623	9	8	0,0640	2,2306	9	10	0,0649	3,2156
	0,9	9	9	0,0758	2,3033	9	8	0,0662	2,0092	9	10	0,0674	3,3395

Bu çalışmadaki sonuçlar ile Sachenkov and Klementev (1980)'in zamana bağlı lineer değişen dış basınç yükü etkisi altında homojen elastik konik

kabuk için elde ettiği teorik-deney ve deney sonuçları karşılaştırılmış ve uyum içinde olduğu görülmüştür (Tablo 4).

**Tablo 4.** Kritik parametre değerlerinin deney-teorik ve deney sonuçlarıyla karşılaştırılması

$\gamma$	Deney-Teorik*			Deney*			Bu çalışma ( $\mu = 0$ )		
	$P_{kr}^{st}$ (MPa)	$P_{kr}^d$ (MPa)	$K_d$	$P_{kr}^{st}$ (MPa)	$P_{kr}^d$ (MPa)	$K_d$	$P_{kr}^{st}$ (MPa)	$P_{kr}^d$ (MPa)	$K_d$
20°	0,0208	0,0837	3,3860	0,0200	0,0575	2,8800	0,0205	0,0806	3,9248
30°	0,0269	0,0720	2,6755	0,0270	0,0726	2,6900	0,0266	0,0774	2,9131
40°	0,0288	0,0699	2,4320	0,0300	0,0810	2,7000	0,0284	0,0728	2,5617

\* Sachenkov and Klementev (1980)

## Sonuç

Elastisite modülü ve yoğunluğu kalınlık koordinatına bağlı olarak sürekli değişen, elastik konik bir kabuğun zamana bağlı kuvvet fonksiyonu şeklinde değişen üniform dış basınç yükü etkisi altında, dinamik stabilitesi araştırılarak, kritik parametreler için genel formüller elde edilmiştir. Çelik malzeme sabitleri için yapılan sayısal hesaplar ve analizlerden sonra,

a) Koninin ana doğrusu ile yüksekliği arasındaki  $\gamma$  açısı arttığında dinamik kritik yük, kritik zaman ve kritik impuls değerlerinin azaldığı, statik kritik yük ve dinamiklik katsayısı değerlerinin ise  $\gamma \leq 45^\circ$  olduğunda azaldığı,  $\gamma > 45^\circ$  olduğunda arttığı,

b) Basıncın zamana göre değişim katsayısı olan  $\alpha$  arttığında, dinamik kritik yüke elastisite modülü ve yoğunluğun değişiminin etkisinin arttığı, dinamiklik

katsayısına etkisinin azaldığı,

c) Elastisite modülü ve yoğunluğun değişimi lineer, kuadratik ve üstel fonksiyonlarla verildiğinde kritik parametrelere en fazla etkinin üstel durumda olduğu, ayrıca, değişim fonksiyonu negatif olduğunda ise konik kabuğun daha kararsız olduğu,

d) Elastisite modülü ve yoğunluğun aynı zamanda kalınlık koordinatına bağlı olarak değişmesinin dinamik kritik yüke etkisinin, yoğunluğun sabit olduğu durumdaki etkisinden fazla olduğu, buna karşılık dinamiklik katsayısına etkisinin ise az olduğu,

e) Malzeme yoğunluğu sabit tutularak elastisite modülü değiştiğinde, değişim fonksiyonunun negatif olduğu durumda  $n_{st}$  ve  $n_d$  değerleri arasındaki farkın arttığı tespit edilmiştir.

Bu tespitlerden, stabilite problemlerinin

çözümünde, basıncın zamana göre değişim katsayısı değişiminin ve homojen olmamanın etkisinin gözönüne alınmasının şart olduğu sonucuna varılmıştır.

### Semboller

$E_0$	: Homojen izotrop malzemenin elastisite modülü	$T_{ij}, (i, j = 1, 2)$	: Birim boyutlu kabuk eleman kesitine etkiyen iç kuvvetler
$G_0$	: Homojen izotrop malzemenin kayma modülü	$T_{ij}^0, (i, j = 1, 2)$	: Burkulma anına kadar olan membran kuvvetler
$e_{ij}, (i, j = 1, 2)$	: Konik kabuğun orta yüzeyinde deformasyonlar	$t$	: Zaman
$h$	: Kabuğun kalınlığı	$t_{kr}$	: Kritik zaman
$I_{kr}$	: Basıncın kritik impulsu	$V$	: Sesin izotrop elastik malzemede yayılma hızı
$K_d$	: Dinamiklik katsayısı	$W$	: Orta yüzeyin iç normal $\zeta$ doğrultusundaki yerdeğiştirme
$M_{ij}, (i, j = 1, 2)$	: Birim boyutlu kabuk eleman kesitine etkiyen iç momentler	$\alpha$	: Basıncın zamana göre pozitif değişim katsayısı
$m = 1$	: S doğrultusunda yarım dalga sayısı	$\xi_{ij}, (i, j = 1, 2)$	: Orta yüzeyin eğrilik değişimleri
$n$	: $\theta$ doğrultusunda dalga sayısı	$\varepsilon_{ij}, (i, j = 1, 2)$	: Deformasyonlar
$n_{st}$	: Statik kritik yüke karşı gelen dalga sayısı	$\varphi_i(\bar{\zeta})$	: Elastisite modülü ve yoğunluğun değişim fonksiyonları
$n_d$	: Dinamik kritik yüke karşı gelen dalga sayısı	$\nu$	: Elastisite modülü ve yoğunluğun değişim fonksiyonu parametresi
$P_{kr}^{st}$	: Statik kritik yük	$\gamma$	: Koninin ana doğrusu ile yüksekliği arasındaki açı
$P_{kr}^d$	: Dinamik kritik yük	$\mu$	: Elastisite modülü ve yoğunluğun değişim katsayısı
$P_0$	: Yükleme hızı	$\mu_0$	: Kabuğun geometrik karakteristiğine bağlı parametre
$P_1$	: Statik dış basınç	$\rho_0$	: Homojen malzemenin yoğunluğu
$R_0$ ve $R_1$	: Konik kabuğun küçük ve büyük tabanlarının yarıçapları	$\nu$	: İzotrop malzemenin Poisson katsayısı
$S\theta\zeta$	: Konik kabuğun orta yüzeyinde eğrisel koordinat sistemi	$\sigma_{ij}, (i, j = 1, 2)$	: Gerilmeler
$S$	: Konik kabuğun orta yüzeyinde ana doğrultusundaki koordinat,	$\Psi$	: Gerilme fonksiyonu
$\theta$	: Konik kabuğun orta yüzeyinde çevre doğrultusundaki koordinat,	$\tau$	: Boyutsuz zaman parametresi
$S_0$ ve $S_1$	: Koninin tepesinden küçük ve büyük tabanlara olan uzaklıklar	$\xi(t), \phi(t)$	: Zamana bağlı genlikler
		$\zeta$	: Konik kabuğun orta yüzeyinin iç normal doğrultusundaki koordinat

## Kaynaklar

- Baktieva, L.U., Jigalko, Yu. P., Konoplev, Yu. G., Mitryaikin, V. I., Sachenkov, A.V., and Filippov, E. B., "The Stability and Vibration of Shell under Impulsive Distribution and Local Loads", Research on the Theory of Plates and Shells, Kazan State University, Kazan, 13, 113-130, 1988. (in Russian)
- Baruch, M., Harari, O. and Singer, J., "Low Buckling Loads of Axially Compressed Conical Shells", Journal of Applied Mechanics, 37, 384-392, 1970.
- Brickmann, J. A., "On the Nature of Radiation Damage in Metals", Journal of Applied Physics, 25, 961, 1954.
- Delale, and F., Erdoğan, F., "The Crack Problem for a Nonhomogeneous Plane", ASME Journal of Applied Mechanics, 50, 609-614, 1983.
- Gutierrez, R H., Laura, P. A. A., Bambill, D. V., Jederlinic, V. A., and Hodges, D. H., "Axisymmetric Vibrations of Solid Circular and Annular Membranes with Continuously Varying Density", Journal of Sound and Vibration, 212, 4, 611-622, 1998.
- Heyliger, P.R., and Julani, A., "The Free Vibrations of Inhomogeneous Elastic Cylinders and Spheres", International Journal of Solids and Structures, 29, 22, 2689-2708, 1992.
- Lomakin, V.A., "The Elasticity Theory of Nonhomogeneous Materials", Nauka, Moscow, 1976. (in Russian)
- Massalas, C., Dalamanagas, D., and Tzivanidis, G., "Dynamic Instability of Truncated Conical Shells with Variable Modulus of Elasticity under Periodic Compressive Forces", Journal of Sound and Vibration, 79, 519-528, 1981.
- Massalas, C., Dalamanagas, D., and Raptis, A., "Dynamic Characteristics of Conical Shell with Variable Modulus of Elasticity", Review Roumania Science Technique, Mechanical Application, Tome 27, Bucarest, 5, 609-628, 1982.
- Mecitoğlu, Z., "Governing Equations of a Stiffened Laminated Inhomogeneous Conical Shell", American Institute of Aeronautics and Astronautics J., 34, 10, 2118-2125, 1996.
- Mustari, K. M., and Sachenkov, A.V., "Stability of Cylindrical and Conical Shells of Circular Cross Section, With Simultaneous Action of Axial Compression and External Normal Pressure", NACA TM 1433, April 1958, Originally Published in Journal of Applied Mathematics and Mechanics (USSR), 18, 6, 667-674, 1954.
- Sachenkov, A.V., and Aganesov, L.G., "The Stability and Vibration of Circular Conical and Cylindrical Shells at Different Boundary Conditions", Research on the Theory of Plates and Shells, Kazan State University, Kazan, 2, 111- 126, 1964. (in Russian)
- Sachenkov, A.V., "The Dynamic Criterion of the Stability of Plates and Shells", Research on the Theory of Plates and Shells, Kazan State University, Kazan, 12, 281- 293, 1976. (in Russian)
- Sachenkov, A. V., and Baktieva, L. U., "Approach to the Solution of Dynamic Stability Problems of Thin Shells", Research on the Theory of Plates and Shells, Kazan State University, Kazan, 13, 137-152, 1978. (in Russian)
- Sachenkov, A. V., and Klementev G. G., "Research of the Stability of Conical Shells by Theoretical-Experimental Method under Impulsive Load", Research on the Theory of Plates and Shells, Kazan State University, Kazan, 15, 115-125, 1980. (in Russian)
- Singer, J., "Buckling of Circular Conical Shells under Axisymmetrical External Pressure", Journal of Mechanical Engineering Science, 3, 4, 330-339, 1961.
- Singer, J., "Buckling of Damped Conical Shells under External Pressure", American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 4, 328-337, 1966.
- Sofiyev, A. and Aksoğan, O., "Dynamic Stability of a Nonhomogeneous Orthotropic Elastic Cylindrical Shell under a Time Dependent External Pressure", Journal of Technical, Chamber of Civil Engineers Turkey, 10, 4, 2011-2028, 1999.
- Tong, L., Tabarrok, B., and Wang, T. K., "Simple Solution for Buckling of Orthotropic Conical Shells", International Journal of Solids and Structures, 29, 8, 933-946, 1992.
- Volmir, A.S., "The Stability of Deformable Systems", Nauka, Moscow, 984, 1967. (in Russian)
- Yakushev, A. N., "The Stability of Orthotropic Cylindrical Shells under Dynamic Pressure", Research on the Theory of Plates and Shells, Kazan State University, Kazan, 20, 215-222, 1990. (in Russian)
- Zhang, X., and Hasebe, N., "Elasticity Solution for a Radially Nonhomogeneous Hollow Circular Cylinder", ASME Journal of Applied Mechanics, 66, 598-606, 1999.