

Tabakalı Ortotrop Kesik Konik Bir Kabuğun Zamanla Değişen Dış Basınç Altında Dinamik Stabilitesi

Abdullah H. SOFİYEYEV, Zeki KARACA
Ondokuz Mayıs Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü,
55139 Kurupelit, Samsun-TÜRKİYE

Geliş Tarihi 20.10.2000

Özet

Bu makalede tabakaları ortotrop malzemelerden oluşan kesik konik bir kabuğun zamana bağlı kuvvet fonksiyonu şeklinde değişen üniform dış basınç yükü etkisi altında dinamik stabilitesi incelenmiş ve temel bağıntı, değiştirilmiş Donnell-tipi dinamik stabilite ve deformasyon uygunluk denklemleri çıkarılmıştır. Temel denklemlere Galerkin ve Sachenkov and Baktieva (1978) tarafından sunulan metot bazı yeni düzenlemelerle uygulanarak dinamik ve statik kritik basınç yükleri, bunlara bağlı dalga sayıları ve dinamiklik katsayısı için formüller elde edilmiştir. Son olarak da tabakaları çapraz dizilişli kesik konik kabuklar için hesaplamalar yapılarak, tabaka sayısı ve dizilişi değişiminin ve basıncın zamana göre değişim katsayısı değişiminin kritik parametrelere etkileri araştırılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Çapraz tabakalı kabuk, ortotrop konik kabuk, dış basınç, dinamik stabilite, kritik yük, dinamiklik katsayısı

The Dynamic Stability of a Laminated Orthotropic Truncated Conical Shell Under Time Dependent External Pressure

Abstract

In this study, the dynamic stability of a laminated orthotropic truncated conical shell, subjected to an external pressure which is a power function of time, was considered. First, the modified Donnell-type dynamic stability and compatibility equations of a laminated orthotropic truncated conical shell, subjected to an external pressure, were obtained. Applying the Galerkin and Sachenkov and Baktieva (1978) methods one after the other, the static and dynamic critical external pressures, the pertinent wave numbers and the dynamic factor were found explicitly. Finally, carrying out some computations for cross-ply laminated truncated conical shells, the effects of the variation of the number and orientation of the layers and the power function of time in the external pressure expression on the critical parameter were studied.

Key Words: Cross-ply laminated shell, orthotropic conical shell, external pressure, dynamic stability, critical load, dynamic factor

Giriş

Günümüzde inşaatlarda ve makinelerde, farklı elastik özelliklere sahip malzemeler içeren, çok

tabakalı değişik yapı elemanları kullanılmaktadır. Kompozit malzemelerin geliştirilmesinin, çok tabakalı yapı elemanlarının yaygın olarak kullanılmasında önemli bir etkisi olmuştur. Çoğu

malzemeler tabakalı dizilişe sahiptirler. Onlardan oluşan yapı elemanlarına çok küçük tabakalı gibi bakılabilir. Çok tabakalı yapı elemanları teorisi klasik plak ve kabuk teorisinin genişletilmesi olarak kabul edilebilir. Ambartsunyan (1958) ve Bolotin (1963) tarafından tabakalı plak ve kabuklar teorisinin oluşturulması için yapılan girişimlerden sonra, plak ve kabukların titreşim ve burkulması ile ilgili pek çok sayıda makale yayınlanmıştır: Weingarten (1964), tarafından tabakalı silindirik kabukların titreşim modları araştırılmış ve sonuçların deneysel sonuçlarla uygunluk gösterdiği görülmüş, Bert ve arkadaşları (1969), çok tabakalı anizotrop silindirik kabukların serbest titreşimini incelemiş, Hsu and Wang (1971), her tabakayı ayrı ayrı göz önüne alan tabakalı ortotrop silindirik kabuğun serbest titreşim analizi için denklemler türetmiş, Jones and Morgan (1975), basit mesnetli, orta yüzeyine göre simetrik olmayan tabakalı silindirik kabukların burkulma ve titreşim problemi için kesin çözümden sayısal hesaplar sunmuş, Soldatos and Tsvanidis (1982), Kirchhoff-Love hipotezi ve Donnell-tipi teoriden yararlanarak, tabakaları çapraz dizilişli silindirik panelin aksenal ve dış basınç yükleri etkisi altında burkulma ve titreşim problemini incelemiş, Tylikowski (1989), Liapunov metodu kullanılarak, lineer olmayan tabakaları çapraz dizilişli dikdörtgen plakların stokastik membran kuvvetleri etkisi altında dinamik stabilitesini, Argento and Scott (1993), lineer kabuk teorisi kullanarak, statik ve harmonik aksenal basınç yüklerinin etkisi altında tabakalı anizotrop silindirik kabukların parametrik rezonansını, Ng and Lam (1999), ince kabukların fark teorisini kullanarak, aksenal ve dış basınç yüklerinin birlikte etkisi altında tabakaları çapraz dizilişli silindirik kabukların dinamik stabilitesini incelemişlerdir. Sivadas and Ganesan (1991), değişken kalınlıklı tabakalı konik kabukların titreşimini, Tong and Wang (1992), Donnell-tipi kabuk teorisi kul-

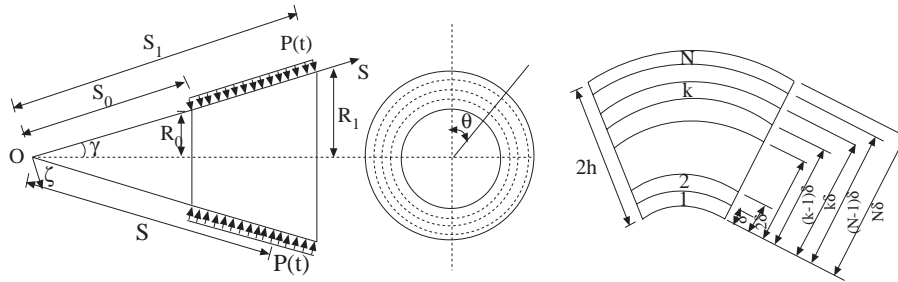
lanarak aksenal basınç yükü etkisi altında basit mesnetli tabakalı konik kabukların burkulmasını ve Tong (1993), tabakalı kompozit konik kabukların titreşimini incelemiş, Mecitoğlu (1996), tabakalı homojen olmayan konik bir kabuğun dinamik denklemlerinin sayısal çözümünü almış, Wu and Hung (1999), tabakalı konik kabukların analizini yaklaşım teorisi ile vermişlerdir.

Sachenkov and Baktieva (1978) tarafından plak ve kabukların zamana bağlı lineer olarak değişen basınç yükleri etkisi altında dinamik stabilite problemlerinin çözümünün çok etkili bir metotla verilmesi, plak ve kabukların stabilitesinin tahkikinde çözülebilecek problemler sınıfını genişletmeye imkan sağlamaktadır. Bu metot kullanılarak, zamana bağlı kuvvet fonksiyonu şeklinde değişen üniform dış basınç yükü etkisi altında, Sofiyev and Aksogan (1999), homojen olmayan ortotrop elastik silindirik bir kabuğun, Aksogan and Sofiyev (2000), homojen olmayan tabakalı ortotrop silindirik bir kabuğun, dinamik stabilitesini incelemişlerdir.

Bu makalede de amaç, tabakalı ortotrop kesik konik bir kabuğun zamana bağlı kuvvet fonksiyonu şeklinde değişen üniform dış basınç yükü etkisi altındaki dinamik stabilitesinin söz konusu metoda bazı yeni düzenlemeler yapılarak araştırılmasıdır.

Temel Bağntı ve Denklemler

N eşit tabakadan oluşan $2h$ kalınlıklı dairesel kesik konik bir kabuk, ortotrop malzemelerden oluşturulmuş olsun. Tabakalar arasındaki değme koşulu rijit bağlanma koşuludur. Bu koşul tüm kabuk için yerdeğıştirmelerin aynı olmasını ve tabakaların birinin diğerine basıncının gözönüne alınmamasını sağlar. Bu ise Kirchhoff-Love hipotezinin tüm kabuk için sağlanması demektir. Deformasyon olduğu zaman tabakalar ayrılmaz, kaymaz ve deformasyondan sonra da elastikliklerini korur.



Şekil 1. N -tabakalı konik kabuğun geometrisi ve en kesiti

$OS\theta\varsigma$ eğrisel koordinat sistemini kesik konik kabuğun orta yüzeyinde seçelim (Şekil 1). Tek tabakalı kabuklarda orta yüzey yerine geçen yüzey, N çift sayı olduğunda $\varsigma = 0$ kesitinde olur, N tek sayı olduğunda $[N/2]$ 'nin tam değerlerinde $\varsigma = 0$ kesitinin solunda, $[N/2] + 1$ olduğunda ise sağında olur. S koninin ana doğrultusundaki, θ çevre doğrultusundaki, ς konik yüzeyin iç normali doğrultusundaki koordinatlarıdır. O noktası kesik koni tam koniye tamamlandığında tam koninin tepe noktası ile çakışır. S_0 ve S_1 ve sırasıyla ana doğru boyunca tepeden küçük ve büyük tabana uzaklıklar, R_0 ve R_1 sırasıyla koninin küçük ve büyük tabanlardaki yarıçapları, γ ise koninin ana doğrusu ile yüksekliği arasındaki açıdır. Ortotropi eksenleri S ve θ koordinatları doğrultusuna paraleldir.

Yukarıda tanımlanan tabakalı kabuk için gerilme ve deformasyonlar arasındaki bağıntılar aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{aligned}\sigma_s^{(k+1)} &= \frac{E_S^{(k+1)}}{1 - \nu_{S\theta}^{(k+1)}\nu_{\theta S}^{(k+1)}}(\epsilon_S + \nu_{\theta S}^{(k+1)}\epsilon_\theta), \\ \sigma_\theta^{(k+1)} &= \frac{E_S^{(k+1)}}{1 - \nu_{S\theta}^{(k+1)}\nu_{\theta S}^{(k+1)}}(\epsilon_\theta + \nu_{S\theta}^{(k+1)}\epsilon_S), \\ \sigma_{S\theta}^{(k+1)} &= 2G^{(k+1)}\epsilon_{S\theta}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, (N-1) \quad (1)\end{aligned}$$

Burada, $\sigma_S^{(k+1)}$, $\sigma_\theta^{(k+1)}$ ve $\sigma_{S\theta}^{(k+1)}$ tabakalarda gerilmeler, $E_S^{(k+1)}$, $E_\theta^{(k+1)}$ ve $G^{(k+1)}$ tabakalarda ortotrop malzemenin elastisite modülleri ve kayma modülleri, $\nu_{S\theta}^{(k+1)}$ ve $\nu_{\theta S}^{(k+1)}$ tabakalarda Poisson oranlarıdır. Kirchhoff-Love hipotezine göre orta yüzeyden ς uzaklığında yerleşen tabakanın deformasyonu,

$$(\epsilon_S, \epsilon_\theta, \epsilon_{S\theta}) = (e_S, e_\theta, e_{S\theta}) + \varsigma(\chi_S, \chi_\theta, \chi_{S\theta}) \quad (2)$$

şeklinde tanımlanır. Burada,

$$\chi_S = -\frac{\partial^2 w}{\partial S^2}, \quad \chi_\theta = -\frac{1}{S^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta_1^2} - \frac{1}{S} \frac{\partial w}{\partial S},$$

$$\chi_{S\theta} = -\frac{1}{S} \frac{\partial^2 w}{\partial S \partial \theta_1} + \frac{1}{S^2} \frac{\partial w}{\partial \theta_1} \quad (3)$$

$\theta_1 = \theta \sin \gamma$ olup, e_S ve e_θ orta yüzeyde S ve θ eğrisel koordinatları doğrultusunda deformasyonlar, $e_{S\theta}$ kayma deformasyonu, χ_S ve χ_θ deformasyona maruz kabuğun S ve θ eğrisel koordinatları doğrultusunda eğrilik değişimleri, $\chi_{S\theta}$ orta yüzeyin burulması, w orta yüzey noktalarının koni yüzeyinin iç normali doğrultusundaki yerdeğiştirmesi olup, kabuğun $2h$ kalınlığına kıyasla çok küçüktür ve pozitif yönü kabuğun eğrilik merkezine doğrudur (Wolmir 1967). Ambartsumyan (1964) ve Jones (1975)' un kitaplarında tabakalı kabuklarda iç kuvvet ve momentler aşağıdaki ifadelerle tanımlanır:

$$\begin{aligned}(N_S, N_\theta, N_{S\theta}) &= \sum_{k=0}^{N-1} \int_{-h+k\delta}^{-h+(k+1)\delta} (\sigma_S^{(k+1)}, \sigma_\theta^{(k+1)}, \sigma_{S\theta}^{(k+1)}) d\varsigma, \\ (M_S, M_\theta, M_{S\theta}) &= \sum_{k=0}^{N-1} \int_{-h+k\delta}^{-h+(k+1)\delta} (\sigma_S^{(k+1)}, \sigma_\theta^{(k+1)}, \sigma_{S\theta}^{(k+1)}) \varsigma d\varsigma \quad (4)\end{aligned}$$

Burada, $\delta = 2hN^{-1}$ tabakaların kalınlıklarıdır. N_S, N_θ ve $N_{S\theta}$ kuvvetleri ile F gerilme fonksiyonu arasındaki bağıntı,

$$\begin{aligned}N_S &= \frac{1}{S^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta_1^2} + \frac{1}{S} \frac{\partial F}{\partial S}, \quad N_\theta = \frac{\partial^2 F}{\partial S^2}, \\ N_{S\theta} &= -\frac{1}{S} \frac{\partial^2 F}{\partial S \partial \theta_1} + \frac{1}{S^2} \frac{\partial F}{\partial \theta_1} \quad (5)\end{aligned}$$

şeklinde verilmiştir. Enine atalet kuvvetleri etkisi dikkate alınarak, tabakalı konik kabuğun değiştirilmiş Donnell-tipi stabilite ve deformasyon uygunluk denklemleri şu şekilde verilmektedir (Wolmir 1967):

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 M_S}{\partial S^2} + \frac{2}{S} \frac{\partial M_S}{\partial S} + \frac{2}{S} \frac{\partial^2 M_{S\theta}}{\partial S \partial \theta_1} - \frac{1}{S} \frac{\partial M_\theta}{\partial S} + \frac{2}{S^2} \frac{\partial M_{S\theta}}{\partial \theta_1} + \frac{1}{S^2} \frac{\partial^2 M_\theta}{\partial \theta_1^2} + \\ \frac{N_\theta}{S} \text{ctg} \gamma + N_S^0 \frac{\partial^2 w}{\partial S^2} + \frac{N_\theta^0}{S} \left(\frac{1}{S} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta_1^2} + \frac{\partial w}{\partial S} \right) + 2N_{S\theta}^0 \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{1}{S} \frac{\partial w}{\partial \theta_1} \right) = \tilde{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{\text{ctg}\gamma}{S} \frac{\partial^2 w}{\partial S^2} - \frac{1}{S} \frac{\partial^2 e_{S\theta}}{\partial S \partial \theta_1} - \frac{1}{S^2} \frac{\partial e_{S\theta}}{\partial \theta_1} + \frac{\partial^2 e_\theta}{\partial S^2} + \frac{1}{S^2} \frac{\partial^2 e_S}{\partial \theta_1^2} + \frac{2}{S} \frac{\partial e_\theta}{\partial S} - \frac{1}{S} \frac{\partial e_S}{\partial S} = 0 \quad (7)$$

Burada, $\tilde{\rho} = \frac{2h}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \rho^{(k+1)}$ olup, $\rho^{(k+1)}$ tabakalarda ortotrop malzemenin yoğunlukları, N_S^0, N_θ^0 ve $N_{S\theta}^0$ esas konumda membran kuvvetler ve t zamandır. Bu kabuk zamanın kuvvet fonksiyonu olarak değişen üniform dış basınç yükü (Şekil 1) etkisi altındadır:

$$N_S^0 = 0, \quad N_\theta^0 = -S(P_1 + P_0 t^\alpha) \text{tg}\gamma, \quad N_{S\theta}^0 = 0 \quad (8)$$

Burada, P_0 yükleme hızı, P_1 statik dış basınç, α basıncın zamana göre değişim katsayısı olup, $\alpha \geq 1$ 'dir. (2)-(3) bağıntıları (1) de yerine yazılıp, elde edilen ifadelerde (4) bağıntısı dikkate alınarak, bazı düzenlemelerden sonra moment ve deformasyonlar için bulunan ifadeler, (5) ve (8) bağıntıları ile birlikte (6) ve (7) denklemlerinde yerine yazıldığında, w ve F fonksiyonlarına bağlı aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\begin{aligned} & c_{12} \frac{\partial^4 F}{\partial S^4} + \frac{c_{11} + 2c_{12} - c_{22}}{S} \frac{\partial^3 F}{\partial S^3} + \left(\frac{\text{ctg}\gamma}{S} - \frac{c_{21}}{S^2} \right) \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} + \frac{c_{21}}{S^3} \frac{\partial F}{\partial S} + \\ & \frac{c_{21}}{S^4} \frac{\partial^4 F}{\partial \theta_1^4} + \frac{c_{11} - 2c_{31} + c_{22}}{S^2} \frac{\partial^4 F}{\partial S^2 \partial \theta_1^2} + \frac{2(c_{31} - c_{11})}{S^3} \frac{\partial^3 F}{\partial S \partial \theta_1^2} + \frac{2(c_{11} - c_{31} + c_{21})}{S^4} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta_1^2} - \\ & \frac{c_{24}}{S^4} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta_1^4} - \frac{c_{14} + c_{23} + 2c_{32}}{S^2} \frac{\partial^4 w}{\partial S^2 \partial \theta_1^2} + \frac{2(c_{14} + c_{32})}{S^3} \frac{\partial^3 w}{\partial S \partial \theta_1^2} - \frac{2(c_{14} + c_{32} + c_{24})}{S^4} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta_1^2} - \\ & c_{13} \frac{\partial^4 w}{\partial S^4} + \frac{c_{23} - c_{14} - 2c_{13}}{S} \frac{\partial^3 w}{\partial S^3} + \frac{c_{24}}{S^2} \frac{\partial^2 w}{\partial S^2} - \frac{c_{24}}{S^3} \frac{\partial w}{\partial S} - (P_1 + P_0 t^\alpha) \text{tg}\gamma \left(\frac{1}{S} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta_1^2} + \frac{\partial w}{\partial S} \right) = \tilde{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \frac{b_{11}}{S^4} \frac{\partial^4 F}{\partial \theta_1^4} - \frac{b_{31} + 2b_{21}}{S^3} \frac{\partial^3 F}{\partial S \partial \theta_1^2} + \frac{b_{31} + b_{21} + b_{12}}{S^2} \frac{\partial^4 F}{\partial S^2 \partial \theta_1^2} + \frac{b_{31} + 2b_{21} + 2b_{11}}{S^4} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta_1^2} + \\ & \frac{b_{11}}{S^3} \frac{\partial F}{\partial S} + \frac{b_{21} - b_{11}}{S^2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} + \frac{b_{11} + 2b_{22} - b_{12}}{S} \frac{\partial^3 F}{\partial S^3} + b_{22} \frac{\partial^4 F}{\partial S^4} + \\ & \frac{b_{32} - b_{13} - b_{24}}{S^2} \frac{\partial^4 w}{\partial S^2 \partial \theta_1^2} + \frac{2b_{24} - b_{32}}{S^3} \frac{\partial^3 w}{\partial S \partial \theta_1^2} + \frac{b_{32} - 2b_{24} - 2b_{14}}{S^4} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta_1^2} - \\ & \frac{b_{14}}{S^4} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta_1^4} - \frac{b_{14}}{S^3} \frac{\partial w}{\partial S} + \left(\frac{b_{14}}{S^2} + \frac{\text{ctg}\gamma}{S} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial S^2} + \frac{b_{13} - b_{24} - 2b_{23}}{S} \frac{\partial^3 w}{\partial S^3} - b_{23} \frac{\partial^4 w}{\partial S^4} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Burada, şu tanımlar geçerlidir:

$$\begin{aligned} c_{11} &= a_{11}^1 b_{11} + a_{12}^1 b_{21}, \quad c_{12} = a_{11}^1 b_{12} + a_{12}^1 b_{22}, \quad c_{13} = a_{11}^1 b_{13} + a_{12}^1 b_{23} + a_{11}^2, \\ c_{14} &= a_{11}^1 b_{14} + a_{12}^1 b_{24} + a_{12}^2, \quad c_{21} = a_{21}^1 b_{11} + a_{22}^1 b_{21}, \quad c_{22} = a_{21}^1 b_{12} + a_{22}^1 b_{22}, \\ c_{23} &= a_{21}^1 b_{13} + a_{22}^1 b_{23} + a_{21}^2, \quad c_{24} = a_{21}^1 b_{14} + a_{22}^1 b_{24} + a_{22}^2, \quad c_{31} = a_{33}^1 b_{31}, \quad c_{32} = a_{33}^1 b_{32} + 2a_{33}^2, \\ b_{11} &= a_{22}^0 L_0^{-1}, \quad b_{12} = -a_{12}^0 L_0^{-1}, \quad b_{13} = (a_{12}^0 a_{21}^1 - a_{11}^1 a_{22}^0) L_0^{-1}, \quad b_{14} = (a_{12}^0 a_{22}^1 - a_{12}^1 a_{22}^0) L_0^{-1}, \\ b_{21} &= -a_{21}^0 L_0^{-1}, \quad b_{22} = a_{11}^0 L_0^{-1}, \quad b_{23} = (a_{21}^0 a_{11}^1 - a_{11}^1 a_{21}^0) L_0^{-1}, \quad b_{24} = (a_{21}^0 a_{12}^1 - a_{11}^1 a_{22}^0) L_0^{-1}, \\ b_{31} &= 1/a_{33}^0, \quad b_{32} = -2a_{33}^1/a_{33}^0, \quad L_0 = a_{11}^0 a_{22}^0 - a_{21}^0 a_{12}^0, \quad a_{11}^{k_1} = h^{k_1+1} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{E_s^{(k+1)} \tilde{h}(k)}{1 - \nu_{s\theta}^{(k+1)} \nu_{\theta s}^{(k+1)}}, \\ a_{12}^{k_1} &= h^{k_1+1} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\nu_{\theta s}^{(k+1)} E_s^{(k+1)} \tilde{h}(k)}{1 - \nu_{s\theta}^{(k+1)} \nu_{\theta s}^{(k+1)}}, \quad a_{21}^{k_1} = h^{k_1+1} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\nu_{s\theta}^{(k+1)} E_\theta^{(k+1)} \tilde{h}(k)}{1 - \nu_{s\theta}^{(k+1)} \nu_{\theta s}^{(k+1)}}, \quad a_{22}^{k_1} = h^{k_1+1} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{E_\theta^{(k+1)} \tilde{h}(k)}{1 - \nu_{s\theta}^{(k+1)} \nu_{\theta s}^{(k+1)}}, \\ a_{33}^{k_1} &= 2h^{k_1+1} \sum_{k=0}^{N-1} G^{(k+1)} \tilde{h}(k), \quad \tilde{h}(k) = \left(-1 + \frac{2(k+1)}{N} \right)^{k_1+1} - \left(-1 + \frac{2k}{N} \right)^{k_1+1}, \quad k_1 = 0, 1, 2 \end{aligned} \quad (11)$$

Denklemlerin Çözümü

(9) ve (10) denklemlerinde $x = \ln S/S_1$ dönüşümü yapılarak, buraya dahil olan fonksiyonlar θ_1 ve S değişkenlerine göre diferansiyellendiğinde,

$$\int_0^{2\pi \sin \gamma} \int_{-x_1}^0 \left[\frac{c_{24}}{S_1^2 e^{2x}} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta_1^4} - \frac{c_{21}}{S_1^2 e^{2x}} \frac{\partial^4 F}{\partial \theta_1^4} - \frac{\text{ctg} \gamma}{S_1 e^x} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{S_1 e^x (P_1 + P_0 t^\alpha)}{\text{ctg} \gamma} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta_1^2} + \tilde{\rho} S_1^2 e^{2x} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right] w dx d\theta_1 = 0 \quad (12)$$

$$\int_0^{2\pi \sin \gamma} \int_{-x_1}^0 \left[\frac{b_{11}}{S_1^2 e^{2x}} \frac{\partial^4 F}{\partial \theta_1^4} - \frac{b_{14}}{S_1^2 e^{2x}} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta_1^4} + \frac{\text{ctg} \gamma}{S_1 e^x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] F dx d\theta_1 = 0 \quad (13)$$

denklemleri elde edilir. Burada, $x_1 = \ln(S_1/S_0)$ tanımı geçerlidir. Konik kabuğun büyük ve küçük tabanları çevre boyunca mafsallı olduğundan, w yerdeğiştirme ve F gerilme fonksiyonları aşağıdaki gibi seçilebilir:

$$\begin{aligned} w &= \xi(t) e^{\lambda x} \sin m_1 x \cos n_1 \theta_1, \\ F &= \zeta(t) S_1 e^{\lambda_1 x} \sin m_1 x \cos n_1 \theta_1 \end{aligned} \quad (14)$$

Burada, $\xi(t)$ ve $\zeta(t)$ zamana bağlı genlikler, $m_1 = \pi/x_1$, $n_1 = n/\sin \gamma$, ve $\lambda = \lambda + 1$ olup, n dairesel doğrultuda dalga sayısıdır. Kesik konik kabuk için λ parametresinin x_1 geometrik parametresine bağlı olarak,

$$\begin{aligned} x_1 < 2,7 \text{ ise } \lambda &= 1, 2, \quad 2,7 \leq x_1 \leq 3,5 \text{ ise} \\ \lambda &= 1,6 \text{ ve } x_1 > 3,5 \text{ ise } \lambda &= 2,0 \end{aligned} \quad (15)$$

şeklinde değiştiği, Sachenkov and Aganesov (1964) çalışmasında kanıtlanmıştır. (14) ifadeleri (12) ve (13) denklemlerinde yerine yazılıp, integral alınıp sonra, elde edilen denklemlerden de $\zeta(t)$ yok edildiğinde,

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \xi(\tau)}{d\tau^2} + \frac{t_{kr}^2}{\tilde{\rho} S_1^2} \left[\frac{q \delta_{-1}}{b_{11} S_1^2} n_1^4 + \frac{m_2^2}{n_1^4} \frac{\delta_0}{b_{11}} \text{ctg}^2 \gamma \right. \\ \left. - (P_1 + P_0 \tau^\alpha t_{kr}^\alpha) \frac{\delta_{1/2} n_1^2 S_1}{\text{ctg} \gamma} \right] \xi(t) = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

diferansiyel denklemi elde edilir. Burada, $t = t_{kr} \tau$, t_{kr} kritik zaman, τ boyutsuz zaman parametresi ve olup,

sırasıyla ani artan ve yavaş değişen olması özelliği göz önüne alınarak, küçük terimler ihmal edildiğinde, elde edilen denklemler sırasıyla $w S_1^2 e^{2x} dx d\theta_1$ ve $F S_1^2 dx d\theta_1$ ifadeleriyle çarpılıp, Galerkin metodu uygulandığında,

$$q = b_{11} c_{24} - c_{21} b_{14} \quad (17a)$$

$$m_2^2 = (m_1^2 + \lambda^2)^2 \quad (17b)$$

$$\begin{aligned} \delta_{k_2} &= \frac{[-1 e^{-2(\lambda+k_2)x_1}][m_1^2 + (\lambda+1)^2](\lambda+1)}{[1 - e^{-2(\lambda+1)x_1}][m_1^2 + (\lambda+k_2)^2](\lambda+k_2)}, \\ k_2 &= -1, 0, 1/2 \end{aligned} \quad (17c)$$

tanımları geçerlidir. Yaklaşım fonksiyonu birinci yaklaşımda,

$$\xi(\tau) = A e^{\beta \tau} \tau [(\beta+2)(\beta+1)^{-1} - \tau] \quad (18)$$

şeklinde seçilmekte ve $\xi(0) = 0$, $\frac{\partial \xi(1)}{\partial \tau} = 0$ başlangıç koşullarını sağlamaktadır. Burada, β bir katsayıdır. Sachenkov ve Baktieva (1978) tarafından sunulan metot (16) denkleminde uygulandığında, yani bu denklem önce $\xi'(\tau)$ ile çarpılıp, τ 'ya göre, sırasıyla 0 dan τ 'ya ve 0 dan 1'e integrali alındığında,

$$\begin{aligned} P_0 t_{kr}^\alpha = B_0(\alpha, \beta) \left[\frac{q \delta_{-1}}{S_1^3} \frac{\text{ctg} \gamma}{\delta_{1/2} b_{11}} n_1^2 + \right. \\ \left. \frac{1}{S_1} \frac{m_2^2}{b_{11}} \frac{\delta_0}{\delta_{1/2}} \frac{\text{ctg}^3 \gamma}{n_1^6} - P_1 \right] + \frac{B_1(\alpha, \beta) \tilde{\rho} S_1}{t_{kr}^2 \delta_{1/2}} \frac{\text{ctg} \gamma}{n_1^2} \end{aligned} \quad (19)$$

karakteristik denklemi elde edilir. Burada, aşağıdaki tanımlar geçerlidir:

$$B_0(\alpha, \beta) = \frac{\int_0^1 [\xi(\tau)]^2 d\tau}{2 \int_0^1 \int_0^\tau \eta^\alpha \xi'(\eta) \xi(\eta) d\eta d\tau},$$

$$B_1(\alpha, \beta) = \frac{\int_0^1 [\xi'(\tau)]^2 d\tau}{2 \int_0^1 \int_0^\tau \eta^\alpha \xi'(\eta) \xi(\eta) d\eta d\tau}, \quad (20)$$

$(P_0 t_{kr}^\alpha)$ fonksiyonu n_1^2 parametresine göre minimize edilerek (19) denkleminde göz önüne alındığında, bazı işlemlerden sonra minimal kritik yükün bulunması için,

$$P_0 t_{kr}^\alpha = 2B_0(\alpha, \beta) \left[\frac{q\delta_{-1}}{S_1^3} \frac{\text{ctg}\gamma}{\delta_{1/2} b_{11}} n_1^2 - \frac{m_2^2}{S_1 b_{11}} \frac{\delta_0}{\delta_{1/2}} \frac{\text{ctg}^3 \gamma}{n_1^6} - \frac{P_1}{2} \right] \quad (21)$$

denklemini elde edilir. $P_1 = 0$ ve $P_0 \geq 200 \text{MPa/s}$ için (21) ve (19) denklemlerinden t_{kr} yok edildiğinde, n_1 dalga parametresine bağlı olarak elde edilen denklem çözüldüğünde (Sofiyev and Aksogan 1999) ve $n_1 = n / \sin \gamma$ olduğu dikkate alındığında,

$$n_d^2 = \left[\frac{P_0 \delta_{1/2} (B_1(\alpha, \beta) \tilde{\rho})^{0,5\alpha} S_1^{2\alpha+3} b_{11}^{1+0,5\alpha}}{2B_0^{1+0,5\alpha}(\alpha, \beta) (q\delta_{-1})^{1+0,5\alpha} \text{ctg}\gamma} \right]^{1/(1+\alpha)}$$

$$K_d = \frac{P_{kr}^d}{P_{kr}^{st}} = \left(\frac{27}{m_2^2 \delta_0} \right)^{0,25} \left[\frac{P_0 \delta_{1/2} [B_0(\alpha, \beta) B_1(\alpha, \beta) \tilde{\rho}]^{0,5\alpha} S_1^{1,5\alpha+2,5} b_{11}^{1+0,5\alpha}}{2^{2+\alpha} [q\delta_{-1} \text{ctg}^2 \gamma]^{0,75+0,25\alpha}} \right]^{1/(1+\alpha)} \quad (26)$$

ifadesi elde edilir. $N = 1$ olduğunda (22)-(26) formüllerinden tek tabakalı ortotrop elastik kesik konik kabuk için uygun formüller özel olarak elde edilir.

Sayısal Hesaplar ve Analiz

Sayısal hesaplarda, 40 tabakaya kadar tabakaları çapraz dizilişli kesik konik kabuklar kullanılmaktadır. Tabakaların çapraz dizilişinde bir tabakadaki lifler S ana doğrultuda, bir son-

$$\sin^2 \gamma \quad (22)$$

ifadesi elde edilir. Burada, n_d dinamik kritik yük karşı gelen dalga sayısıdır. $P_1 = 0$ olduğunda (21) ifadesi (20) de yerine yazıldığında, dinamik kritik yük için,

$$P_{kr}^d = P_0 t_{kr}^\alpha = \left[\frac{4P_0^{2/\alpha} B_0(\alpha, \beta) B_1(\alpha, \beta) \tilde{\rho} q \delta_{-1} \text{ctg}^2 \gamma}{S_1^2 b_{11} \delta_{1/2}^2} \right]^{0,5\alpha/(1+\alpha)} \quad (23)$$

ifadesi elde edilir. Dinamik kritik yükün β katsayısına göre minimum değeri (P_{kr}^d, β) parabol eğrisinin minimum noktasının ordinatı olup, dış basınç yükü zamana bağlı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde, $\beta = \alpha + 1$ olduğunda elde edildiği sayısal hesaplarla belirlenir. Statik durumda ($t_{kr} \rightarrow \infty, P_0 \rightarrow 0$) kritik yük karşı gelen dalga sayısı için,

$$n_{st}^2 = [3m_2^2 S_1^2 \delta_0 (q\delta_{-1})^{-1} \text{ctg}^2 \gamma]^{1/4} \sin^2 \gamma \quad (24)$$

ifadesi elde edilir. $P_1 = 0$ olduğunda (24) ifadesi (21) denkleminde yerine koyularak, $P_0 t_{kr}^\alpha / B_0(\alpha, \beta)$ yerine P_{kr}^{st} yazıldığında, statik kritik yük için,

$$P_{kr}^{st} = \frac{4}{3^{3/4}} \frac{[(q\delta_{-1})^3 m_2^2 \delta_0 \text{ctg}^6 \gamma]^{1/4}}{\delta_{1/2} b_{11} S_1^{2,5}} \quad (25)$$

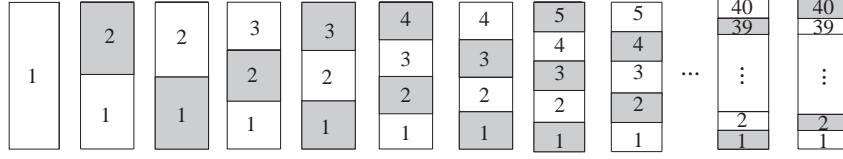
ifadesi, dinamiklik katsayısı için ise,

raki tabakadaki lifler θ çevresel doğrultuda olur. Teoride ise (0°)(S doğrultusu) ve (90°) (θ çevresel doğrultusu) tabakaların her hangi serisi göz önüne alınabilir.

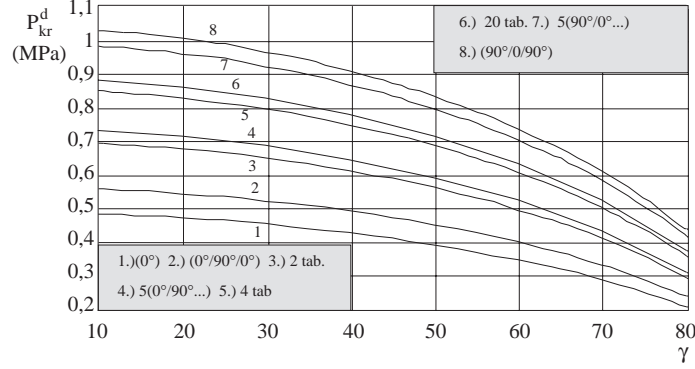
Elde edilen formüllerden sayısal sonuçların bulunması için MAPLEV2 programından yararlanılmıştır. Hesaplar Soldatos and Tsivanidis (1982) ve Tylikowski (1989)'in kullanmış oldukları grafit/epoksi malzeme sabitleri, $E_S^{(k+1)} = 1,724 \times 10^5 \text{MPa}$, $E_\theta^{(k+1)} = 7,79 \times 10^3 \text{MPa}$, $\nu_{S\theta}^{(k+1)} =$

$0,35, \nu_{\theta S}^{(k+1)} = 0,016, \rho^{(k+1)} = 1,53 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
ve Sachenkov and Klementev (1980)'in kullanmış
oldukları kabuk parametreleri, $R_1 = 8 \times 10^{-2} \text{ m}$,

$R_0 = 2,25 \times 10^{-2} \text{ m}$, $h = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m}$ ve $P_0 = 200$
MPa/s ve yükleme hızı dikkate alınarak, elde edilen
sonuçlar grafik ve tablolar olarak sunulmuştur.



Şekil 2. Tabakaların çapraz dizilişi

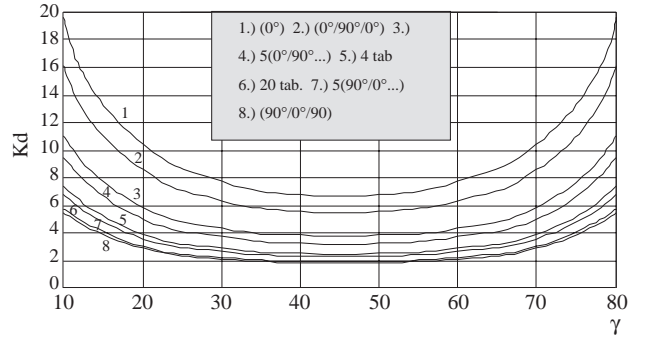


Şekil 3. Dinamik kritik yükün γ ya göre değişimi

Şekil 3 ve 4'de $P = P_0 t$ olarak göz önüne alınmış,
($0^\circ/90^\circ/\dots$) ve ($90^\circ/0^\circ/\dots$) dizilişli çift tabakalı
kabuklarda kritik parametrelerin değerleri eşit
olduğundan, sadece tabaka sayısı gösterilmektedir.

Şekil 3 incelendiğinde, konik kabuğun ana
doğrusu ile yüksekliği arasındaki γ açısı arttığında
dinamik kritik yükün değerleri azalmakta ve $\gamma = 10^\circ$
olduğunda 3 tabaklı ($90^\circ/0^\circ/90^\circ$) dizilişli kabukta en
büyük 1,0259 MPa değerini, $\gamma = 80^\circ$ olduğunda ise
tabaka sayısı bir olan (0°) kabukta en küçük 0,2004
MPa değerini almaktadır. Tabaka sayısının artması
dinamik kritik yük değerlerinin sürekli olarak art-
masını sağlamamaktadır.

Şekil 4 incelendiğinde, dinamiklik katsayısının
değerleri $10^\circ \leq \gamma \leq 45^\circ$ olduğunda azalmakta,
 $45^\circ < \gamma \leq 80^\circ$ olduğunda artmakta ve tabaka sayısı
bir olan (0°) kabukta en büyük 19,6192 değerini, 3
tabakalı ($90^\circ/0^\circ/90^\circ$) dizilişli kabukta ise en küçük
1,8683 değerini almaktadır. Tabaka sayısının art-
ması dinamiklik katsayısı değerlerinin sürekli olarak
azalmasını sağlamamaktadır.



Şekil 4. Dinamiklik katsayısının γ ya göre değişimi

Tablo 1 incelendiğinde, çift tabakalı ($0^\circ/90^\circ/\dots$)
ve ($90^\circ/0^\circ/\dots$) dizilişli ve tek tabakalı ($0^\circ/90^\circ/\dots$)
dizilişli kabuklarda tabaka sayısı arttığında di-
namik kritik yük değerlerinin arttığı, dinamiklik kat-
sayısı değerlerinin azaldığı, tek tabakalı ($90^\circ/0^\circ/\dots$)
dizilişli kabuklarda ise tabaka sayısı arttığında di-
namik kritik yük değerlerinin azaldığı ve dinamiklik
katsayısı değerlerinin arttığı, 39 tabakadan sonra di-
namik kritik yük (dinamiklik katsayısı) değerlerinin
değişmediği görülmektedir. Tabaka sayısı bir olan
(0°) kabukla mukayesede, 3 tabakalı ($90^\circ/0^\circ/90^\circ$)

dizilişli kabukta, dinamik kritik yükün değeri en büyük olup, %114,92 artmakta, dinamiklik katsayısının değeri ise en küçük olup, %72,16 azalmaktadır. Ayrıca, tabaka sayısı artığında statik

ve dinamik kritik yüklere karşı gelen dalga sayıları azalmakta, 6 tabakadan sonra ise tabaka dizilişine bakılmaksızın yaklaşık aynı değerleri almaktadır.

Tablo 1. Kritik parametrelerin tabaka dizilişine göre değişimi

$P = P_0 t, \gamma = 30^\circ$					
Tabakaların dizilişi	P_{kr}^d (MPa)	K_d	n_{1st}	n_{1d}	
1 (0°)	0,4476	7,7482	15	26	
2 (0°/90°) ve 90°/0°	0,6450	4,3827	12	15	
3 (0°/90°/0°)	0,5172	6,3793	14	21	
3 (90°/0°/90°)	0,9620	2,1573	9	8	
4 (0°/90°/..) ve (90°/0°/..)	0,7909	2,9147	10	11	
5 (0°/90°/0°/90°/0°)	0,6821	3,7578	12	14	
5 (90°/0°/90°/0°/90°)	0,9185	2,2732	9	9	
6 (0°/90°/..) ve (90°/0°/..)	0,8106	2,7749	10	10	
39 (0°/90°/.../0°)	0,8105	2,7598	10	10	
39 (90°/0°/.../90°)	0,8395	2,6026	10	10	
40 (0°/90°/..) ve (90°/0°/..)	0,8250	2,6786	10	10	

Tablo 2. Dinamik kritik yük ve dinamiklik katsayısının α göre değişimi

$P = P_0 t^\alpha, P_0 = 200 \text{ MPa/s}^\alpha, \gamma = 20^\circ$							
α	(0°)	(0°/90°)	(0°/90°/0°)	(90°/0°/90°)	4 (0°/90°/...)	5 (0°/90°/...)	5 (90°/0°/...)
1,0	0,4662	0,6719	0,5387	1,0021	0,8239	0,7105	0,9567
1,5	0,1599	0,2480	0,1902	0,4006	0,3167	0,2652	0,3790
2,0	0,0825	0,1343	0,1000	0,2288	0,1762	0,1447	0,2151
2,5	0,0532	0,0897	0,0654	0,1587	0,1200	0,0971	0,1486
3,0	0,0392	0,0679	0,0487	0,1237	0,0922	0,0738	0,1154
K_d							
1,0	10,4392	5,9048	8,5948	2,9065	3,9270	5,0629	3,0627
1,5	3,5813	2,1793	3,0350	1,1620	1,5097	1,8896	1,2131
2,0	1,8467	1,1799	1,5955	0,6636	0,8399	1,0307	0,6885
2,5	1,1911	0,7879	1,0433	0,4603	0,5719	0,6920	0,4755
3,0	0,8787	0,5967	0,7777	0,3587	0,4394	0,5261	0,3693

Basıncın zamana göre değişim katsayısı artığında tabaka sayısı bir olan ve tabakalı kabuklarda dinamik kritik yük ve dinamiklik katsayısının değerleri azalmakta ve tabaka sayısı ve dizilişi değiştiğinde, tabaka sayısı bir olan (0°) kabuktaki değerlerle mukayesede önemli farklılıklar göstermektedir (Tablo 2).

Tablo 3. Kritik parametre değerlerinin deney-teorik ve deney sonuçlarıyla karşılaştırılması

γ	Deney-Teorik*			Deney*			Bu çalışma		
	P_{kr}^{st} (MPa)	P_{kr}^d (MPa)	K^d	P_{kr}^{st} (MPa)	P_{kr}^d (MPa)	K^d	P_{kr}^{st} (MPa)	P_{kr}^d (MPa)	K^d
20°	0,0208	0,0837	4,0240	0,0200	0,0575	2,8800	0,0205	0,0806	3,9248
30°	0,0269	0,0720	2,6766	0,0270	0,0726	2,6900	0,0266	0,0774	2,9131
40°	0,0288	0,0699	2,4271	0,0300	0,0810	2,7000	0,0284	0,0728	2,5617

*Sachenkov and Klementev (1980)

Sachenkov and Klementev (1980)'in deney testlerinde tabaka sayısı bir olan kesik konik kabuk kullanıldığından, sayısal sonuçlarımızın deney sonuçları ile karşılaştırılabilmesi için kesik konik kabuğun tüm tabakalarında $E^{(k+1)} = 2,11 \times 10^5$ MPa, $\nu^{(k+1)} = 0,3$, $\rho^{(k+1)} = 8 \times 10^2$ kg/m³ malzeme sabitleri $2h = 1,3 \times 10^{-4}$ m, $R_1 = 8 \times 10^{-2}$ m, $R_0 = 2,25 \times 10^{-2}$ m, $x_1 = 1,260$ kabuk parametreleri, basıncın zamana göre değişim katsayısı $\alpha = 1$ ve $P_0 = 225$ MPa/s yükleme hızı dikkate alınarak hesaplar yapılmıştır. Elde edilen sonuçların teorik-deney ve deney sonuçları ile uyum içinde olduğu görülmüştür (Tablo 3).

Sonuç

Tabakalı ortotrop kesik konik bir kabuğun zamana bağlı kuvvet fonksiyonu şeklinde değişen üniform dış basınç yükü etkisi altında dinamik stabilitesi araştırılarak kritik parametreler için formüller elde edilmiştir. Grafit/epoksi malzemeden oluşan tabakaları çapraz dizilişli ortotrop kesik konik kabuk için yapılan sayısal hesaplar ve analizlerden sonra,

a) Dinamik kritik yük en küçük değerini tabaka sayısı bir olan (0°) kabukta, en büyük değerini 3 tabakalı (90°/0°/90°) dizilişli kabukta, dinamiklik katsayısı ise en küçük değerini 3 tabakalı (90°/0°/90°) dizilişli kabukta, en büyük değerini ise tabaka sayısı bir olan (0°) kabukta aldığı, 39 tabakadan sonra dinamik kritik yük (dinamiklik katsayısı) değerlerinin tabakaların dizilişine bakılmaksızın yaklaşık aynı olduğu,

b) Koninin ana doğrusu ile yüksekliği arasındaki γ açısı arttığında dinamik kritik yük değerlerinin azaldığı, dinamiklik katsayısı değerlerinin ise $10^\circ < \gamma \leq 45^\circ$ olduğunda azaldığı, $45^\circ < \gamma \leq 80^\circ$ olduğunda arttığı,

c) Tabaka sayısı arttığında statik ve dinamik kritik yüklere karşı gelen dalga sayıları değerlerinin azaldığı, 6 tabakadan sonra ise değişmediği,

d) Tabaka sayısı arttığında sürekli olarak dinamik kritik yük değerlerinin artmadığı, dinamiklik katsayısı değerlerinin ise azalmadığı,

e) Basıncın zamana göre değişim katsayısı arttığında dinamik kritik yük ve dinamiklik katsayısının değerlerinin azaldığı tespit edilmiştir.

Bu tespitlerden, stabilite problemlerinin çözümünde, tabakaların sayısı ve dizilişini değiştirmekle kritik parametrelerin değerlerini artırıp-azaltmanın mümkün olduğunu, basıncın

zamana göre değişim katsayısı değişiminin kritik parametrelere etkisinin önemli olduğu sonucuna varılmıştır.

Semboller

$E_s^{(k+1)}, E_\theta^{(k+1)}$:	Tabakalarda ortotrop malzemelerin elastisite modülleri
$E^{(k+1)}$:	Tabakalarda izotrop malzemelerin elastisite modülleri
$G^{(k+1)}$:	Tabakalarda ortotrop malzemenin kayma modülleri
$e_s, e_\theta, e_{s\theta}$:	Konik kabuğun orta yüzeyinde deformasyonlar
F	:	Gerilme fonksiyonu
$2h$:	Konik kabuğun kalınlığı
K_d	:	Dinamiklik katsayısı
$M_s, M_\theta, M_{s\theta}$:	Birim boyutlu kabuk eleman kesitine etkiyen iç momentler
$N_s, N_\theta, N_{s\theta}$:	Birim boyutlu kabuk eleman kesitine etkiyen iç kuvvetler
$N_s^0, N_\theta^0, N_{s\theta}^0$:	Burkulma anına kadar olan membran kuvvetler
N	:	Tabakaların sayısı
n	:	Çevre doğrultusunda dalga sayısı
n_{st}	:	Statik kritik yüke karşı gelen dalga sayısı
n_d	:	Dinamik kritik yüke karşı gelen dalga sayısı
P_{kr}^{st}	:	Statik kritik yük
P_{kr}^d	:	Dinamik kritik yük
P_0	:	Yükleme hızı
P_1	:	Statik dış basınç
R_0 ve R_1	:	Konik kabuğun küçük ve büyük tabanlarının yarıçapları
$OS\theta_\zeta$:	Konik kabuğun orta yüzeyinde eğrisel koordinat sistemi
S	:	Konik kabuğun orta yüzeyinde ana doğrultusundaki koordinat,
θ	:	Konik kabuğun orta yüzeyinde çevre doğrultusundaki koordinat,

S_0 ve S_1	: Koninin tepesinden küçük ve büyük tabanlara olan uzaklıklar	λ	: Kabuğun geometrik karakteristiğine bağlı parametre
t	: Zaman	$\rho^{(k+1)}$: Tabakalarda malzemelerin yoğunlukları
t_{kr}	: Kritik zaman	$\nu_{S\theta}^{(k+1)}, \nu_{\theta S}^{(k+1)}$: Tabakalarda ortotrop malzemelerin Poisson oranları
w	: Orta yüzeyin iç normal doğrultusundaki yerdeğiştirme	$\nu^{(k+1)}$: Tabakalarda izotrop malzemelerin Poisson oranları
α	: Basıncın zamana göre pozitif değişim katsayısı	$\sigma_S, \sigma_\theta, \sigma_{S\theta}$: Gerilmeler
$\chi_S, \chi_\theta, \chi_{S\theta}$: Orta yüzeyin eğrilik değişimleri	$\xi(t), \zeta(t)$: Zamana bağlı genlikler
$\epsilon_S, \epsilon_\theta, \epsilon_{S\theta}$: Deformasyonlar	ς	: Koninin orta yüzeyinin iç normal doğrultusundaki koordinat
γ	: Koninin ana doğrusu ile yüksekliği arasındaki açı		
τ	: Boyutsuz zaman parametresi		

Kaynaklar

Aksogan, O., and Sofiyev, A., "The Dynamic Stability of a Laminated Nonhomogeneous Orthotropic Elastic Cylindrical Shell Under a Time Dependent External Pressure", International Conference on Modern Practice in Stress and Vibration Analysis, Nottingham, United Kingdom, 349-360, 2000.

Ambartsumyan, S. A., "On General Theory of Anisotropic Shells", Journal of Applied Mathematics and Mechanics (Translation of PMM Prikladnaia Matematika and Mekanika 22, 2, 226-237), 1958 .

Argento, A. and Scott, R. A., "Dynamic Instability of Layered Anisotropic Circular Cylindrical Shells, Part I: Theoretical Development" Journal of Sound and Vibration, 162, 2, 311-322, 1993.

Bert, C.W., Baker, J.L., and Egle, D.L., "Free Vibration of Multilayered Anisotropic Cylindrical Shells", Journal of Composite Materials, 3, 480-500, 1969.

Bolotin, V.V., "Vibration of Layered Elastic Plates", Proceedings Vibration Problems, 4, 4, 331-346, 1963.

Hsu, T., and Wang, J.T. "Rotationally Symmetric Vibrations of Orthotropic Layered Cylindrical Shells", Journal of Sound and Vibration, 16, 473-487, 1971.

Jones, R. M. and Morgan, H. S., "Buckling and Vibration of Cross-Ply Laminated Circular Cylindrical Shells", American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 13, 5, 664-671, 1975.

Jones, R. M., "Mechanics of Composite Materials", McGraw-Hill, New York, 1975.

Mecitoğlu, Z., "Governing Equations of a Stiffened Laminated Inhomogeneous Conical Shell", American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 34, 2118-2125, 1996.

Ng, T.Y., and Lam, K.Y., "Dynamic Stability Analysis of Cross-Ply Laminated Cylindrical Shells Using Different Thin Shell Theories", Acta Mechanica, 134, 147-167, 1999.

Sachenkov, A. V., and Aganesov, L. G., "The Stability and Vibration of Circular Conical and Cylindrical Shells at Different Boundary Conditions", Research on the Theory of Plates and Shells, Kazan State University, Kazan, 2, 111-126, 1964 (in Russian).

Sachenkov, A. V. and Baktieva, L. U., "Approach to the Solution of Dynamic Stability Problems of Thin Shells", Research on the Theory of Plates and Shells, Kazan State University, Kazan, 13, 137-152, 1978 (in Russian).

Sachenkov, A. V., and Klementev, G. G., "Research of the Stability of Conical Shells by Theoretical-Experimental Method Under Impulsive Load", Research on the Theory of Plates and Shells, Kazan State University, Kazan, 15, 115-125, 1980 (in Russian).

Sivadas, K. R., and Ganesan, N., "Vibration Analysis of Laminated Conical Shells with Variable Thickness", Journal of Sound and Vibrations, 148, 477-491, 1991.

Sofiyev, A. H., and Aksogan, O., "Dynamic Stability of a Nonhomogeneous Orthotropic Elastic Cylindrical Shell under a Time Dependent External Pres-

sure”, Technical Journal Chamber of Civil Engineers, Turkey, 10, 4, 2011-2028,1999

Soldatos, K. P. and Tzivanidis, G. J., “Buckling and Vibration of Cross-Ply Laminated Circular Cylindrical Panels”, Journal of Applied Mathematics and Physics, 33, 230-240, 1982.

Tong, L., and Wang, T. K., “Simple Solutions for Buckling of Laminated Conical Shells”, International Journal of Mechanical Science, 34, 2, 93-111, 1992.

Tong, L., “Free Vibrations of Composite Laminated Conical Shells”, International Journal of Mechanical Science, 35, 47-61, 1993.

Tylikowski, A., “Dynamic Stability of Nonlinear Antisymmetrically-Laminated Cross-Ply Rectangular Plates” Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics, 56, 375-381, 1989.

Wolmir, A. S., “The Stability of Deformable Systems”, Nauka, Moscow, 1967 (in Russian).

Weingarten, V.I., “Free Vibration of Multilayered Cylindrical Shells”, Experimental Mechanics, 4, 200-205, 1964.

Wu, C.P., and Hung, Y.C., “Asymptotic Theory of Laminated Circular Conical Shells”, International Journal of Engineering Science, 37, 977-1005, 1999.