

## Yapısal Değişken Modelinin Alaşımın Katılaşmasında Katı-Sıvı Bölgeye Uygulanması

Mahmut D. MAT, Gökhan AYDEMİR, Yüksel KAPLAN  
*Niğde Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi,  
Makina Mühendisliği Bölümü, Niğde-TÜRKİYE*

Geliş Tarihi 01.12.1999

### Özet

Bu çalışmada, bir alaşımın iki boyutlu kalıpta katılaşması sayısal olarak incelenmiştir. Katılaşma sırasında oluşan katı-sıvı bölge kritik bir katılık oranına kadar Newtonyen olmayan sıvı ve bu katılık oranından sonrada gözenekli bölge olarak modellenmiştir. Modelde katı parçacıklarının kayma gerilmesi sonucunda parçalanmaları ve birleşmelerini göz önüne alan yapısal değişken parametresi kullanılmıştır. Katılaşma problemi aynı zamanda literatürde sıkça kullanılan gözenekli bölge modeli ile çözülmüş ve sonuçlar, yeni modelle elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Yeni modelle kompleks bir katı-sıvı, sıvı ara yüzeyi elde edilmiştir.

**Anahtar Sözcükler:** Katılaşma, Katı-sıvı bölge, Yapısal değişken

## Application of an Internal Variable Model to the Mushy Zone in Alloy Solidification

### Abstract

In this study, the solidification of a generic binary alloy in a two-dimensional cavity is numerically investigated. The mushy region that is formed during solidification is considered a non-Newtonian fluid, then a critical solid fraction and a porous medium thereafter. An internal variable which represents the agglomeration and disagglomeration of grains is used in the model. The solidification problem is also solved using a porous model, which is employed generally in the literature and the results are compared with those obtained with the new model. The new model is found to predict an irregular interface morphology between the mushy region and the liquid region.

**Key Words:** Solidification, Mushy region, Internal variable

### Giriş

Alaşımın katılaşmaları saf metallerin aksine belli bir sıcaklık aralığında gerçekleşmektedir. Dolayısıyla katılaşma sırasında kalıpta, sıvı, katı ve katı-sıvı bölgeler bulunmaktadır. Özellikle alaşımdaki katkı fazının sıvı ve katı fazlarda farklı

çözünürlüğe sahip olması nedeniyle, örneğin ötektik üstü çözeltilerde katı-sıvı bölgede, katı zenginleşmesi meydana gelmektedir. Katı-sıvı bölgede zenginleşen katı, doğal taşınım sonucu meydana gelen akış nedeniyle kalıp içinde dağılmaktadır. Katılaşan malzemede katı içeriği yerel olarak değişebilmekte

(makrosegregasyon), bu da malzemenin kalitesini olumsuz yönde etkilemektedir. Katı-sıvı bölgede oluşan fiziksel olayların doğru olarak modellenmesi, katılma prosesinin daha kontrollü olarak yapılmasına ve daha kaliteli malzemelerin elde edilmesini sağlayacaktır. Endüstride kullanılan metal malzemelerin çoğunun alaşım olduğu düşünülürse, konunun ne kadar önemli olduğu ortaya çıkacaktır.

Alaşımarda katı-sıvı bölgedeki akış, yarı-katı metal eriyiklerinin akışıyla benzerlik göstermektedir. Yarı-Katı metal eriyiklerinin akışlarının modellenmesi üzerine bir çok çalışmalar yapılmıştır (Flemings ve ark., 1976; Kattamış ve Piccone, 1991; Nguyen ve ark., 1992; Martin ve ark., 1995; Ilegbusi ve Mat, 1998). Flemings ve çalışma grubu (1976), yarı-katı eriyiklerinin Newtonyen olmayan sıvılar gibi davrandıklarını gözlemlediler. Kattamış ve Piccone (1991), Nyugen ve ark. (1992) ve bir çok araştırmacı yarı-katı metal eriyikleri için akış modeli geliştirmişlerdir. Bu modellerde genellikle, yarı-katı metallerin akışı deformasyon oranına bağlı üstel fonksiyonlarla ifade edilmiştir. Akış sırasında iç yapıda meydana gelen değişiklikler göz önüne alınmamıştır. Brown (1991) iç yapıda meydana gelen değişiklikleri yapısal değişken (S) diye tanımladığı bir parametre ile ifade etmiştir. Bu modele göre katı parçacıkların tamamen ayrı olduğu durumda  $S=0$ , tamamen sürekli olduğu durumda ise  $S=1$  olmaktadır.

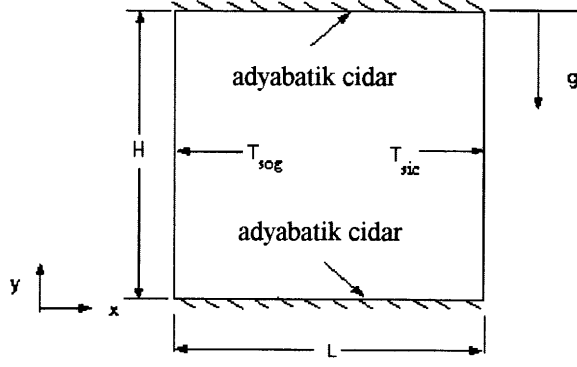
Literatürde alaşımların katılmasını sayısal olarak inceleyen bir çok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmaların bir çoğu katı-sıvı bölgeyi, gözenekli (poroz) ortam olarak ele almışlardır (Voller ve Prakash, 1987; Incorpora ve Christenson, 1989; Hoseon ve Viskanta, 1992; Rady ve Nada, 1998). Bu bölgedeki akışı Darcy kanunu ile modellemişlerdir. Katı-sıvı bölgeyi, katılma başlar başlamaz poroz bölge olarak ele almak, özellikle eş-merkezli kristalleşen alaşımlarda doğru değildir. Aynı zamanda kolon halinde kristalleşen alaşımlardada dentrit kolları akışın uyguladığı kayma gerilmesi veya tekrar erime nedeniyle kopabilmektedir. Dolayısıyla her iki kristalleşme yöntemindedeki katı-sıvı bölgede yüzen kristal parçacıkları bulunmaktadır. Katı-sıvı bölgedeki kristal parçacıklarının hareketlerini göz önüne almak için Ilegbusi ve Mat (1998), katı-sıvı bölgeyi belli bir katılık oranına kadar Newtonyen olmayan sıvı olarak modellemişlerdir. Ilegbusi ve Mat (1998), elde ettikleri sonuçları literatürdeki çalışmalarla karşılaştırmışlar ve Newtonyen olmayan

akış modelinin gözenekli bölge modeline benzer sonuçlar verdiğini göstermişlerdir. Ilegbusi ve Mat'ın geliştirdikleri model daha önceki modellere göre katı-sıvı bölgedeki hareketi daha iyi temsil etmesine rağmen kristal parçacıklarının birleşmelerini, ayrılmalarını ve kopmalarını içermemektedir. Dolayısıyla bu çalışmanın amacı Brown'ın (1991) geliştirdiği ve iç yapıdaki değişiklikleri göz önüne alan yapısal değişken modelini alaşımların katılmasını problemine uygulamaktır.

## Matematiksel Modelleme

Bu çalışmada iki boyutlu bir kalıbın içinde genel bir alaşımların katılmasını modellemiştir (Şekil 1). Kalıp, başlangıçta sıcaklığı likidus sıcaklığının üzerinde eriyik alaşımla doldurulmuştur. Katılma prosesi  $t>0$  da aniden sağ ve sol cidar sıcaklıkları sırasıyla  $T_{sic}$  ve  $T_{soğ}$  sıcaklığına getirilmesiyle başlamaktadır.

Alaşımların katılmasını belli bir sıcaklık aralığında gerçekleştiği için kalıp içindeki sıvı, katı+sıvı ve katı bölge bulunabilmektedir. Dolayısıyla her bölgede etkin olan transport mekanizması farklılık göstermektedir. Örneğin katı bölgede ısı transferi iletimle gerçekleşirken, sıvı bölgede taşınım ile gerçekleşmektedir. Ayrıca katı-sıvı bölgede katılma sırasında gizli ısı atılması göz önüne alınması gereken önemli bir olaydır. Katılma olayını modellemek için literatürde genel olarak iki yaklaşım vardır. Bunlardan birincisi her üç bölge için ayrı ayrı transport denklemlerinin çıkarılarak çözülmesidir (Szekely ve Jassal, 1978). Katılma sırasında her üç bölgenin sınırları zamanın bir fonksiyonudur. Dolayısıyla bu yöntemin en zor tarafı bölgeler arasındaki sınırların belirlenme ve katılma boyunca takibi problemidir. İkinci ve daha popüler olan metod ise tüm kalıbı katı ve sıvı karışımı olarak düşünüp sadece bir set transport denkleminin çözülmesidir (Voller ve Prakash, 1987; Hoseon ve Viskanta, 1992; Rady ve Nada, 1998). Bu yöntemde her bölgenin kendine has fiziksel karakteristikleri uygun kaynak terimleriyle transport denklemlerine ilave edilmektedir. Bölgeler katılık oranıyla ( $f_s$ ) belirlenmektedir. Örneğin;  $f_s=0$  olduğu bölgeler tamamen sıvı,  $f_s=1$  olduğu bölgeler tamamen katı ve  $0 < f_s < 1$  olan bölgelerde katı-sıvı bölge olarak ifade edilebilir. Bu çalışmada, ikinci yöntem tercih edilmiştir.



Şekil 1. Sayısal simülasyonun yapıldığı kalıbın şematik şekli

Katılma olayını karakterize eden transport denklemleri aşağıdaki büyüklükler kullanılarak boyutsuzlaştırılmıştır.

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{t}{H^2/\alpha_{ref}} & \bar{x} &= \frac{x}{L} \\ \bar{y} &= \frac{y}{H} & \bar{\rho} &= \frac{\rho}{\rho_{ref}} \\ \bar{u} &= \frac{u}{\alpha_{ref}/L} \end{aligned} \quad (1)$$

x-momentum

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\bar{\rho}\bar{u}) + Ar^2 \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}\bar{u}^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{\rho}\bar{u}\bar{v}) = Pr \left[ Ar^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \right] - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + S_x \quad (5)$$

y-momentum

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\bar{\rho}\bar{v}) + Ar^2 \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}\bar{u}\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{\rho}\bar{v}^2) = Pr \left[ Ar^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{\mu} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{\mu} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) \right] - \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + S_y + S_b \quad (6)$$

Enerji denklemi

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\bar{\rho}\bar{h}) + Ar^2 \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}\bar{u}\bar{h}) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{\rho}\bar{v}\bar{h}) = Ar^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{\alpha}_h \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{\alpha}_h \frac{\partial \bar{h}}{\partial y} \right) + S_h \quad (7)$$

Bu denklemlerdeki  $S_b$ ,  $S_h$ ,  $S_x$  ve  $S_y$  kaynak terimlerini,  $Ar$  ise  $H/L$  oranını göstermektedir.  $S_b$  terimi sıcaklık farkından doğan doğal taşınımı ifade etmektedir. Boussinesq formülünü kullanılarak  $S_b$  terimi;

$$S_b = Pr Ra \bar{\rho} \bar{h} \quad (8)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $Pr$  ve  $Ra$  sırasıyla Prandtl ve Rayleigh sayılarını göstermektedir.

Enerji denkleminde  $S_h$  terimi ise, katılma

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{v}{\alpha_{ref}/H} \\ \bar{p} &= \frac{p}{\alpha_{ref}^2 \rho_{ref} / H^2} \\ \bar{h} &= \frac{h - h_{ref}}{h_{sic} - h_{soğ}} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta} &= \frac{T - T_{ref}}{T_{sic} - T_{soğ}} & \bar{\mu} &= \frac{\mu}{\mu_{ref}} \\ \bar{\alpha}_h &= \frac{\alpha_h}{\alpha_{ref}} & \alpha_h &= \frac{k}{c_p} \end{aligned} \quad (3)$$

Bu denklemlerde  $H$  ve  $L$  sırasıyla kalıbın yüksekliğini ve uzunluğunu,  $p$  basıncı,  $h$  entalpiyi ( $=c_p T$ ),  $\mu$  viskoziteyi,  $k$  ısı iletim katsayısını,  $c_p$ 'de özgül ısıyı göstermektedir. Viskozite hariç tüm termofiziksel özelliklerin sabit olduğu kabul edilmiştir. Katılma olayını karakterize eden denklemler boyutsuz olarak aşağıda verilmiştir.

Süreklilik denklemi

$$Ar^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

sırasında ortaya çıkan gizli ısıyı ifade etmekte ve matematiksel olarak;

$$S_h = \frac{\partial \bar{p}}{\partial \tau} \Delta \bar{H} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}\bar{u}) \Delta \bar{H} + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{\rho}\bar{v}) \Delta \bar{H} \quad (9)$$

denklemi ile verilmektedir. Burada  $\Delta \bar{H}$  katılma gizli ısını göstermektedir.

Katılık oranı, likidus ve ötektik sıcaklıkları

arasında lineer olarak değiştiği kabul edilerek;

$$f_s = \begin{cases} 0 & \theta \geq \theta_L \\ \frac{\theta_L - \theta}{\theta_L - \theta_E} & \theta \geq \theta \geq \theta_E \\ 1 & \theta \leq \theta_E \end{cases} \quad (10)$$

formülüyle hesaplanmıştır.

Katı-sıvı bölgenin doğru olarak modellenmesi, katılaşma olayının kontrolü için çok önemlidir. Literatürde yaygın olarak kullanılan modelde, katı-sıvı bölge gözenekli ortam olarak kabul edilmektedir. Bu model, katı-sıvı bölgenin katılaşma olayı başlar başlamaz, katı bir iskelet oluşturduğunu kabul etmektedir. Bu kabul özellikle eş merkezli kristaller oluşarak katılaşan alaşımlarda özellikle belli bir katılık oranına kadar doğru değildir. Arnberg ve Ark. (1993) bir çok alaşım üzerinde araştırmalar yapmış ve bu alaşımların ancak, belli bir katılık oranının üzerinde katı cisim gibi davrandığını bulmuşlardır. Bu katılık oranı, alaşımın cinsine bağlı olarak %9-%30 arasında değişmektedir.

Bu çalışmada Arnberg ve arkadaşlarının gözlemlerini göz önüne alarak  $f_{s-krit}=0.30$  katılık oranına kadar katı-sıvı bölge, yarı-katı metal eriyiği olarak düşünülmüştür. Bu kabule göre  $f_s \leq 0.3$  katılık oranına kadar, yarı-katı metal eriyiği Newtonyen olmayan bir sıvı olarak ele alınıp viskozite Brown (1991) tarafından geliştirilen aşağıdaki denklem kullanılarak hesaplanmıştır.

$$\frac{\mu}{\mu_1} = A \left( \frac{(C/C_{max})^{1/3}}{1 - (C/C_{max})^{1/3}} \right) + D f_s \gamma^{(1-n)/n} S \quad (11)$$

Bu denklemin sağ tarafındaki ikinci terim, yarı-katı bölgedeki parçacıkların kayma gerilmeleri veya diğer etkenlerle parçalanmaları veya birleşmeleri temsil etmektedir. Parçacıkların parçalanma ve birleşme miktarı bir yapısal değişken yardımıyla belirlenmektedir (Brown, 1991).

$$\frac{dS}{dt} = K(1 - S) - GS^2\gamma \quad (12)$$

denklemlerle hesaplanmaktadır. (11) ve (12) eşitliklerinde kullanılan sabit değerler, Tablo 1'de verilmiştir.

**Tablo 1.** Hesaplarda kullanılan sabitlerin değerleri

D	A	$C_{max}$	K	G	N
0.25	9/8	0.625	0.1	0.01	5.7

Denklem 8'deki C ifadesi;

$$C = f_s(1 + 0.25S) \quad (13)$$

formülüyle hesaplanmaktadır (Ilegbusi, 1996). Yine Denklem 11'deki  $\gamma$  deformasyon miktarını göstermekte ve aşağıdaki denklem yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$\gamma = 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \quad (14)$$

$f_s > 0.30$  katılık oranlarında katı -sıvı bölge gözenekli ortam olarak düşünülüp, hızlar Darcy kanunu yardımıyla hesaplanmıştır. Darcy kanununun momentum denkleminde uygulamasıyla  $S_x$  ve  $S_y$  kaynak terimleri;

$$S_X = \xi H L \bar{U} / \rho_{ref} \quad (15)$$

$$S_Y = \xi H^2 \bar{V} / \rho_{ref} \quad (16)$$

haline gelmektedir. Bu denklemde  $\xi$  geçirgenlik katsayısı olup, Carmen-Kozeny (Reddy ve Beckermann, 1995) bağıntısı yardımıyla hesaplanmıştır.

$$\xi = K_0 \frac{f_s^2}{(1 - f_s)^2} \quad (17)$$

Burada  $K_0$  sabit bir katsayı olup malzemenin cinsine ve mikro yapısına göre değişmektedir.

Sayısal çalışmada kullanılan boyutsuz veriler Tablo 2'de verilmiştir. Bu değerler boyutsuz oldukları için genel olarak herhangi bir alaşım sistemini temsil edebilir. Örneğin Sn-%10 Pb alaşımı için  $T_E$  ve  $T_{liq}$  sırasıyla 183 °C ve 225 °C dir. Dolayısıyla  $T_{sic}$  ve  $T_{soğ}$  bu sistem için 303°C ve 103 °C seçildiğinde tablodaki değerler büyük bir yaklaşıklıkla sağlanmaktadır.

**Tablo 2.** Simülasyonda kullanılan boyutsuz değerler

Yoğunluk ( $\bar{\rho}$ )	1
Isıl Yayınma Katsayısı ( $\bar{\alpha}$ )	0.001
Kinematik Viskozite ( $\bar{\nu}$ )	1
Gizli Isı ( $\Delta \bar{H}$ )	5
Başlangıç Sıcaklığı ( $\theta_i$ )	0.5
Sıcak Yüzey Sıcaklığı ( $\theta_{sic}$ )	0.5
Soğuk Yüzey Sıcaklığı ( $\theta_{soğ}$ )	-0.5
Referans Sıcaklığı ( $\theta_{ref}$ )	0.5
Likidus Sıcaklığı ( $\theta_L$ )	0.1
Ötektik Sıcaklığı ( $\theta_E$ )	-0.1
Boyut Oranı (Ar=H/L)	1
Rayleigh Sayısı (Ra)	$10^4$
Prandtl Sayısı (Pr)	$10^3$

### Başlangıç ve Sınır Şartları:

Kalıp başlangıçta sıcaklığı ( $\theta_b$ ) likidus sıcaklığının üstünde erimiş bir alayla doldurulmuştur. Katılma olayı  $\tau > 0$  da aniden sol ve sağ cidar sıcaklıkları sırasıyla  $\theta_{soğ}$  ve  $\theta_{sic}$  sıcaklıklarına getirilerek başlatılmıştır. Katılma boyunca sağ ve sol cidarlar bu sıcaklıklarda sabit tutulurken alt ve üst cidarların adyabatik olduğu cidarlardan sisteme kütle geçişi olmadığı kabul edilmiştir. Başlangıç ve sınır şartları matematiksel olarak;

$$\begin{aligned} \tau = 0 & \quad 0 < \bar{x} < 1 & \theta = \theta_{soğ} = -0.5 \\ & \quad \bar{u} = \bar{v} = 0 \\ & \quad \theta = \theta_b \\ \tau > 0 & \quad \bar{x} = 0, & 0 \leq \bar{y} \leq 1 & \theta = \theta_{soğ} = -0.5 \\ & \quad \bar{x} = 1, & 0 \leq \bar{y} \leq 1 & \theta = \theta_{sic} = 0.5 \\ & \quad 0 \leq \bar{x} \leq 1, & \bar{y} = 0.1 & \frac{\partial \theta}{\partial \bar{y}} = 0 \end{aligned}$$

ifade edilebilir.

### Sayısal Metod

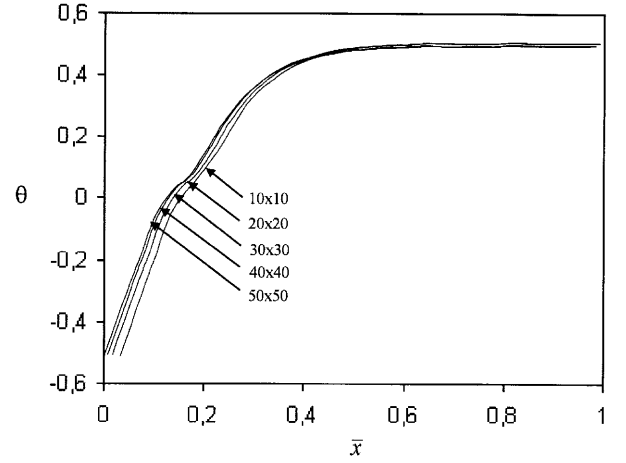
Katılma olayını karakterize eden denklemler PHOENICS (Rosten ve Spalding, 1986) programı yardımıyla çözülmüştür. Bu programda çözüm bölgesi küçük kontrol hacimlerine bölünmekte ve diferansiyel denklemler bu kontrol hacminde integre edilmektedir. Ayrıca bu programda denklemler tamamen implisit olarak çözülmektedir. Basınç ve hızlar arasındaki ilişki SIMPLE (Patankar, 1980) metodu ile çözülmektedir. PHOENICS programı temel olarak aşağıdaki transport denklemini çözmektedir;

$$\frac{d(\rho\phi)}{dt} + \nabla u\phi = \nabla(\Gamma\nabla\phi) + S_h \quad (18)$$

Bu denklemde  $\phi$  genel değişken olup, süreklilik denkleminde 1, momentum denkleminde u, v ve enerji denkleminde de h değerini almaktadır,  $S_h$  ise kaynak terimidir. Bu programın en önemli avantajı Denklem [18]'de bulunmayan örneğin Darcy kanunu, donma sırasında gizli ısı açığa çıkışı gibi fiziksel olayları temsil eden denklemlerin uygun bir programla ana programa ilave edilmesidir.

Bu problemin çözümünde ilk zaman diliminin ilk iterasyonunda eriyik alayım Newtonyen akışkan olarak düşünülüp hızlar hesaplanmış ve bu hızlar kullanılarak bir deformasyon tensörü elde edilmiştir. Sonra bu deformasyon miktarları kullanılarak Denklem [18]'den yapısal değişken ve viskozite hesaplanmıştır. Daha sonra bu viskozite kullanılarak

hızlar tekrar hesaplanmış ve denklemin çözümüne yakınsayana kadar devam edilmiştir.



Şekil 2. Hücre boyutlarından bağımsızlık test sonuçları

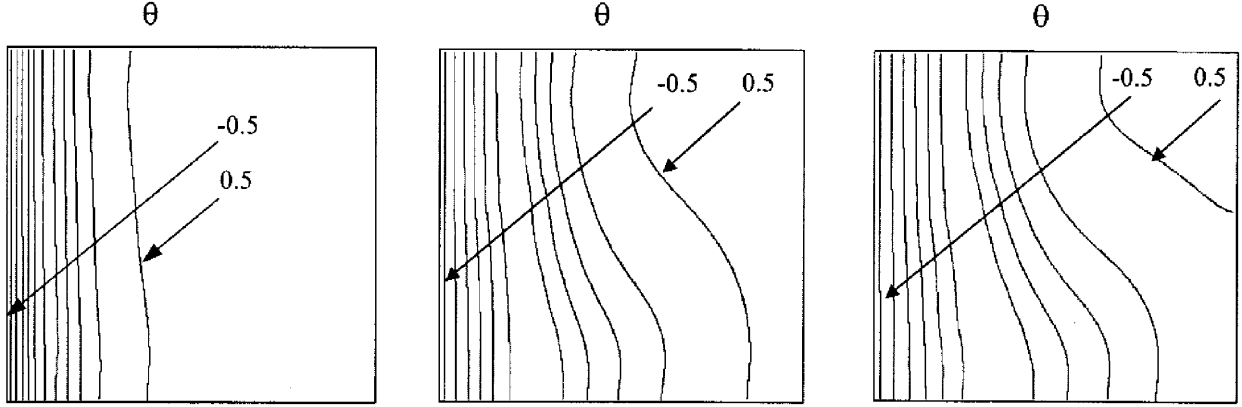
Hücre boyutlarından bağımsızlık testi uygulandıktan sonra tüm hesaplarda çözüm alanı 40x40 düzgün hücelere bölünmüştür. Bu testin sonuçları Şekil 2'de verilmiştir. Şekil 2'de  $\bar{y}=H/2$  de ( $\tau=0.01$ ) boyutsuz sıcaklık  $\theta$ 'nın kalıp boyunca değişimi 10x10 dan 50x50 kadar değişen grid sistemlerine göre hesaplanmıştır. Şekilden de görüldüğü gibi 30x30 grid sisteminden sonra sonuçlardaki değişme ihmal edilebilecek düzeye inmektedir. Hernekadar şekilden 30x30 grid sisteminin dahi yeterli olduğu görülsede çalışmada 40x40 grid sistemi tercih edilmiştir. Tipik bir çözüm zamanı Pentium II 350 işlemcisi kullanan bir bilgisayarda yaklaşık 1 saat sürmektedir.

### Sonuçlar

İki boyutlu bir kalıp içindeki alayımın katılma olayı karakterize eden denklemlerin sayısal olarak çözülmesiyle incelenmiştir. Kalıp içindeki her noktadaki hız, sıcaklık, basınç, katılık oranları hesaplanmıştır. Şekil 3'de değişik zaman aralığında kalıp içinde sıcaklıkların değişimi verilmiştir. Bu şekilde, eşsıcaklık eğrileri maksimum ve minimum sıcaklıklar 10 eşit parçaya bölünerek çizilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi eşsıcaklık eğrileri sol cidara yakın bölgelerde düzgün, merkeze doğru eğrisel bir yapıya sahiptir. Katılma sol cidardan başladığı için sol cidara yakın yerlerde katı faz, iç bölgede ise katı+sıvı ve sıvı fazlar bulunmaktadır. Katı bölgede etkin olan ısı transfer mekanizması iletimken katı+sıvı ve sıvı bölgede etkin mekanizma

taşınımı ısı iletimidir. Eş sıcaklık eğrilerin dikkat çeken diğer bir durumda eğrilerin şeklidir. Kalıbın içinde cidarlar arasındaki ısıl gradyentten doğan bir akış vardır. Bu akışın yönü saat yönünün tersinedir.

Bu akışın etkisiyle eş sıcaklık eğrileri kalıbın alt tarafında soldan sağa doğru üst tarafında ise sağdan sola doğru eğrilmiştir.



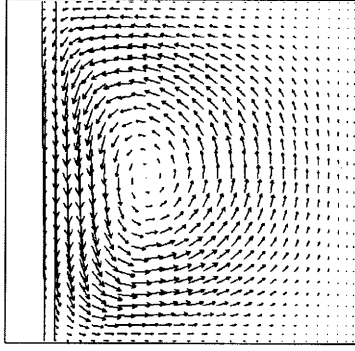
Şekil 3.  $\tau=0.01, 0.05$  ve  $0.1$  anlarında kalıptaki sıcaklık dağılımı

Şekil 4'de kalıbın içinde hız alanının zamana göre değişimi hız vektörleri ve eşakım çizgilerinin yardımıyla gösterilmiştir. Hız vektörleri maksimum ve minimum değerler arasında orantılı büyüklükteki oklarla gösterilmiştir. Akım çizgileri maksimum ve minimum değerleri arasında on eşit parçaya bölünerek çizilmiştir. Şekildende görüldüğü gibi tüm katılaşma boyunca kalıbın içinde saat yönünün tersi bir akım vardır. Bu akış cidarlar arasındaki sıcaklık farkından doğan doğal taşınım sonucu oluşmaktadır. Yarı-katı bölge hız vektörlerinin üzerine çizilen likidus ve solidus eğrileriyle gösterilmiştir. Görüldüğü gibi hızlar katı-sıvı bölgede yavaşlamakta ve katı bölgede ise tamamen sıfır olmaktadır. Katı-sıvı bölge katılaşmanın ilk dönemlerinde küçük bir alan kaplamakta ve zamanla genişlemektedir. Likidus eğrisinde dikkat çeken diğer bir durumda dalgalı bir yapıya sahip olmasıdır. Bu tip dalgalı katı-sıvı ara yüzeyi Christenson ve Incorpora (1989) ve Hoseon ve Viskanta'nın (1992) sayısal çalışmalarında da gözlenmiştir.

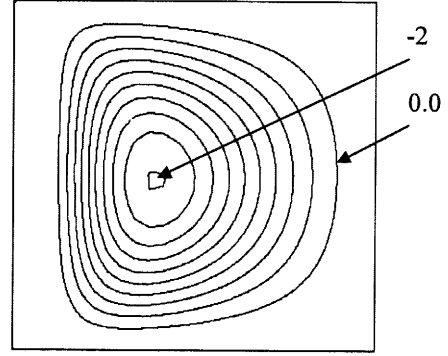
Şekil 5'de katı-sıvı bölgedeki viskozite ve yapısal değişken dağılımı ve tüm kalıptaki deformasyon miktarı dağılımı verilmiştir. Eşviskozite eğrilerinin katı-sıvı, sıvı bölge ara yüzeyinde sıvı viskozite değerini almakta ve katı bölgeye yaklaştıkça artmaktadır. Eşviskozite eğrileri katı-sıvı bölgede viskoziteyi be-

lirleyen iki etkeni belirgin bir şekilde ortaya koymaktadır. Bu etkenler Denklem [11] den de görüleceği gibi katılık oranı ise yapısal değişkendir. Şekil 5'de görüldüğü gibi viskozite katılık oranı arttıkça önemli oranda artmaktadır. Ayrıca katılık oranıyla artışın lineer bir artış olmadığı eşviskozite eğrilerinin gözenekli bölge sınırına doğru daha sıklaşmasından anlaşılmaktadır. Yapısal değişkenin viskoziteye etkisi, özellikle kalıbın alt tarafındaki eşviskozite eğrilerinden anlaşılmaktadır. Şekilde'de gösterildiği gibi katı-sıvı karışımı maksimum viskoziteye bu bölgede ulaşmakta ayrıca viskozite eğrileri bu bölgede daha da sıklaşmaktadır. Şekil 5b'de eşyapısal parametre eğrileri çizilmiştir. Şekilden de görüleceği gibi yapısal parametre özellikle kalıbın alt bölgesinde maksimum değerlere ulaşmaktadır. Fiziksel olarak bu bölgelerde parçacıkların birbirine bağlandığı anlamına gelmektedir. Yapısal parametrenin bu bölgede maksimum değerlere ulaşması Şekil 5c'deki deformasyon miktarı grafiği ile daha iyi anlaşılmaktadır. Görüldüğü gibi katı-sıvı bölgenin ortalarında deformasyon miktarı çok fazla alt ve üst bölgelerde ise azalmaktadır. Orta bölgelerde yüksek deformasyon nedeniyle bu bölgelerdeki kristal yapı parçalanmakta fakat deformasyon oranının düşük olduğu bölgelerde ise parçacık yığılması ve birleşmesi gerçekleşebilmektedir.

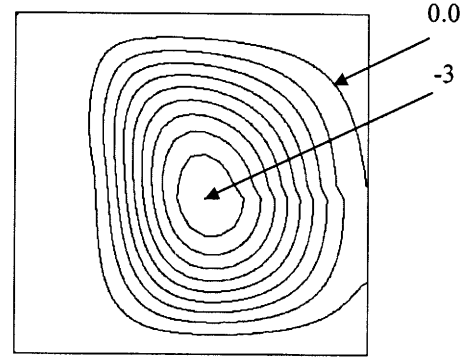
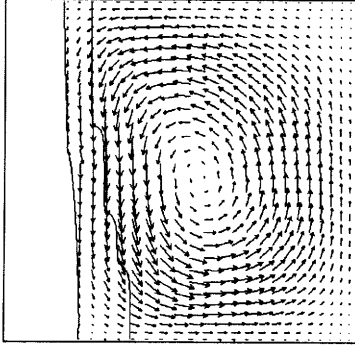
$$\bar{V}_{\min}=3.11 \times 10^{-3} \quad \bar{V}_{\max}=11.3$$



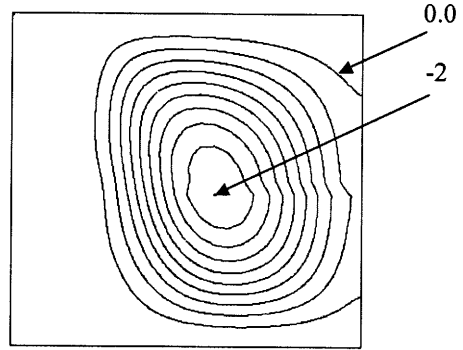
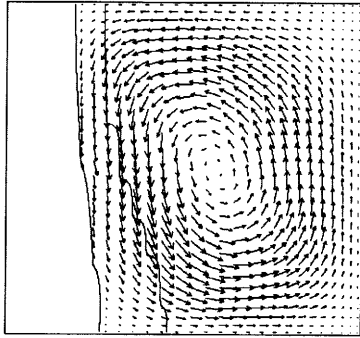
$$\bar{\psi}$$



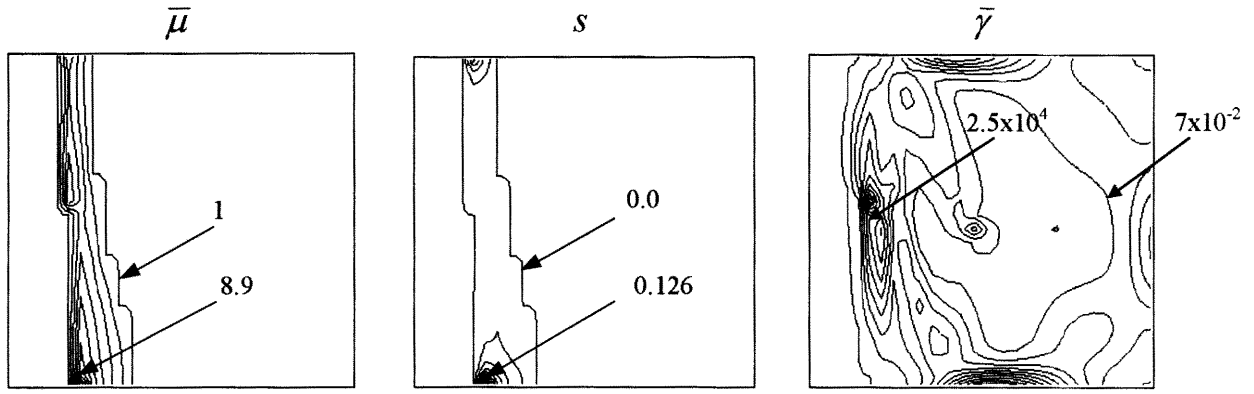
$$\bar{V}_{\min}=1.95 \times 10^{-2} \quad \bar{V}_{\max}=15.4$$



$$\bar{V}_{\min}=9.87 \times 10^{-3} \quad \bar{V}_{\max}=11.4$$



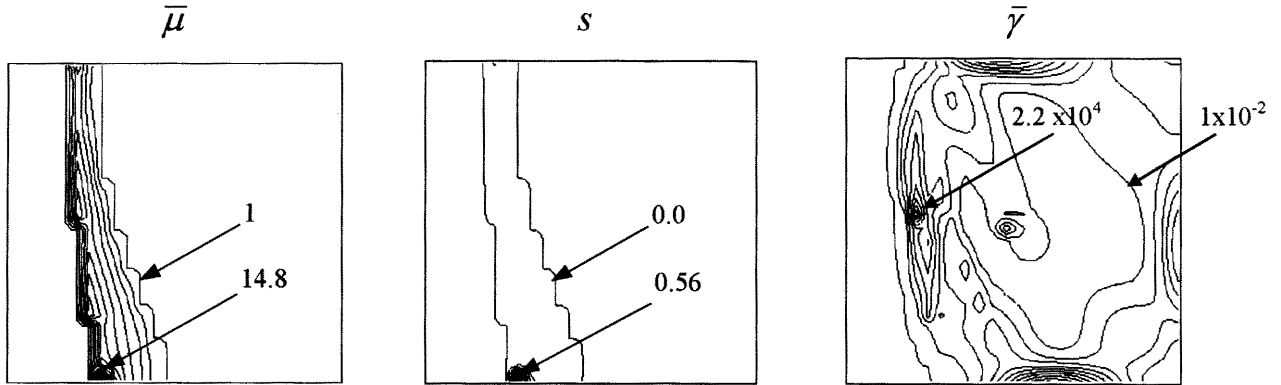
Şekil 4.  $\tau=0.01, 0.05$  ve  $0.1$  anlarında kalıptaki hız ve eş akım çizgilerinin dağılımı



Şekil 5. Hesaplanan eşviskozite, eşyapısal parametre ve eşdeformasyon miktarı dağılımı ( $\tau=0.05$ )

Şekil 6'da  $\tau=0.1$ 'da kalıptaki viskozite yapısal değişken ve deformasyon miktarı dağılımı görülmektedir. Yine  $\tau=0.05$ 'de olduğu gibi viskozite, katılık oranı ve yapısal değişkene göre değişmektedir. Fakat maksimum viskozite ve yapısal değişken

değerleri artmıştır. Görüldüğü gibi yine maksimum değerler alt bölgede oluşmaktadır. Buna neden olarak alt bölgede nispeten ölü bölgeler oluşması ve katı parçacıkların burada birikmesi gösterilebilir.



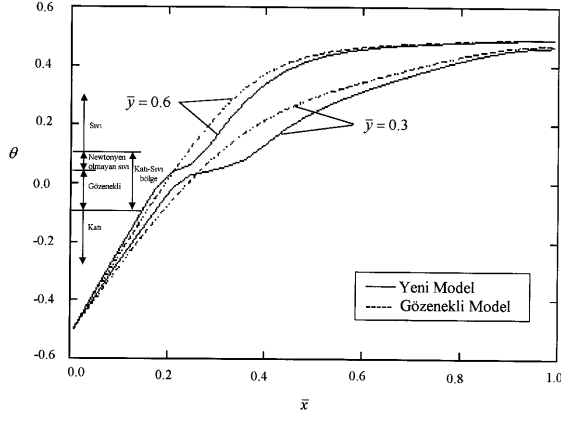
Şekil 6. Hesaplanan eşviskozite, eşyapısal parametre ve eşdeformasyon miktarı ( $\tau=0.1$ )

Şekil 7'de  $\tau=0$  da ve  $\bar{y}=0.3$  ve  $\bar{y}=0.6$  noktalarında yeni metotla hesaplanan kalıp boyunca sıcaklık dağılımı ile gözenekli modelde elde edilen sıcaklık dağılımı karşılaştırılmıştır. Gözenekli model literatürde katı-sıvı bölgenin modellenmesinde en çok kullanılan methodur (Voller ve Prakash, 1987; Christenson ve Incorpora, 1989). Bu metod tüm katı-sıvı bölgeyi gözenekli bir katı ortam olarak kabul etmektedir. Şekilde görüldüğü gibi her iki metotla elde edilen sıcaklık dağılımı aynı trendi izlemektedir. Fakat sıcaklık dağılımlarında, her iki model arasında özellikle katı-sıvı bölgede önemli farklılıklar görülmektedir. Yeni modelle hesaplanan sıcaklık

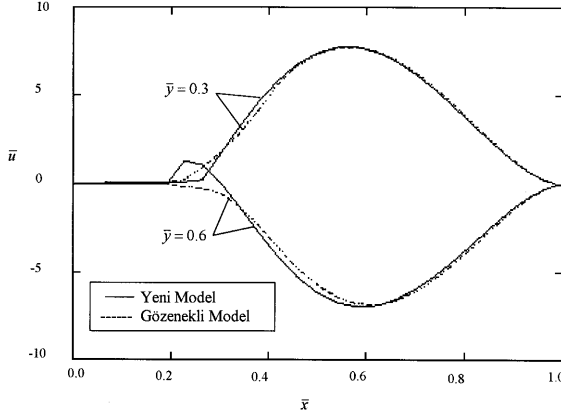
dağılımında özellikle  $\theta=0.1$  civarında gözenekli modele göre bir sapma meydana gelmektedir. Bu sapma yeni modelde katı-sıvı bölgenin Newtonyen olmayan sıvı olarak düşünüldüğü katılık oranının başlangıcına karşılık gelmektedir. Sapma miktarı kalıbın alt bölgesinde üst bölgeden daha azdır.

Şekil 8 yeni model ve gözenekli modelde elde edilen  $\bar{u}$  hızları karşılaştırılmıştır. Yine sıcaklık profiline benzer olarak hız profiline her iki model arasında özellikle katı-sıvı bölgede önemli farklılıklar vardır. Yeni modelde elde edilen hızların şiddeti gözenekli modele göre daha büyük bulunmuştur.





Şekil 7. Kalıp boyunca gözenekli model ve yeni modelde elde edilen  $\theta$  sıcaklıklarının değişimi ( $\tau=0.1$ )

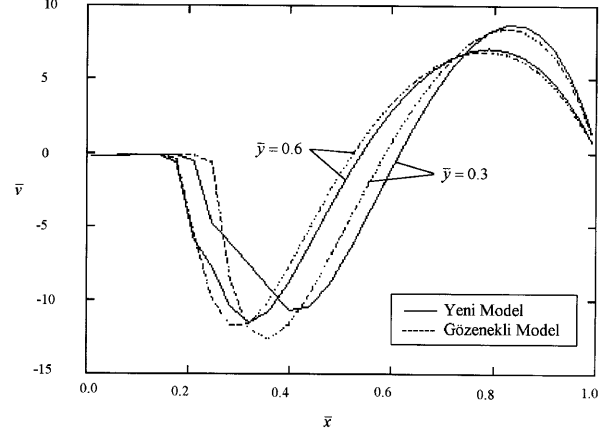


Şekil 8.  $\bar{y}=0.3$  ve  $\bar{y}=0.6$  noktalarında yeni ve gözenekli modelde elde edilen  $\bar{u}$  hızlarının karşılaştırılması ( $\tau=0.1$ )

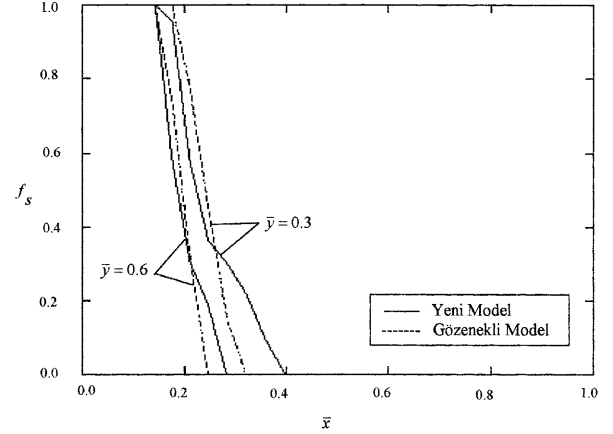
Şekil 9'da yine her iki modelde elde edilen  $\bar{v}$  hızları karşılaştırılmıştır.  $\bar{v}$  yani düşey hızlarda beklendiği gibi önemli farklar vardır. Görüldüğü gibi katı-sıvı bölgede gözenekli modelde hesaplanan  $\bar{v}$  hızı, yeni modele göre hesaplanan hızdan önemli ölçüde düşüktür. Bunun nedeni gözenekli modelin bu bölgeyi gözenekli, hareketsiz katı olarak ele almasıdır. Katı-sıvı bölgedeki hız dağılımının sıvı bölgedeki hız dağılımında önemli ölçüde etkilediği şekilden anlaşılmaktadır.

Şekil 10'da  $\bar{y}=0.3$  ve  $\bar{y}=0.6$  noktalarında kalıp boyunca katılık oranı karşılaştırılmıştır ( $\tau=0.1$ ) Şekildende görüldüğü gibi her iki modelde katı

bölge hemen hemen aynı noktalarda başlamaktadır. Fakat yeni modelde elde edilen katı-sıvı bölge gözenekli modele göre daha geniştir. Her iki model arasındaki fark kalıbın alt bölümünde daha da belirgindir. Daha geniş katı-sıvı bölge yeni modelin bu bölgede parçacık hareketine izin vermesiyle açıklanabilir.



Şekil 9.  $\bar{y}=0.3$  ve  $\bar{y}=0.6$  noktalarında yeni ve gözenekli modelde elde edilen  $\bar{v}$  hızlarının karşılaştırılması ( $\tau=0.1$ )



Şekil 10.  $\bar{y}=0.3$  ve  $\bar{y}=0.6$  noktalarında yeni ve gözenekli modelde elde edilen katılık oranlarının karşılaştırılması ( $\tau=0.1$ )

Sonuç olarak bu çalışmada genel bir alaşımın iki boyutlu bir kalıp içerisinde katılaşma süreci

sayısal olarak incelenmiştir. Katılaşma sırasında kalıp içerisinde oluşan katı-sıvı bölge kritik bir katılık oranına kadar Newtonyen olmayan sıvı ve bu katılık oranından sonra gözenekli (poroz) bölge olarak modellenmiştir. Katılaşma prosesi aynı zamanda literatürde sıkça kullanılan gözenekli bölge modeli ilede çözülmüş ve elde edilen sonuçlar yeni yöntemle karşılaştırılmıştır. Yeni model ve gözenekli modelle elde edilen sıcaklık ve hız dağılımlarında önemli farklar bulunmuştur. Fakat her iki model arasındaki en önemli fark elde edilen katı-sıvı ve sıvı bölge

ara yüzey morfolojisidir. Yeni modelle daha önceki çalışmalardada tespit edilen düzensiz bir ara yüzey morfolojisi elde edilmiştir. Ayrıca yeni metodla gözenekli metoda göre daha geniş bir katı-sıvı bölge elde edilmiştir.

### Teşekkür

Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu'na (TÜBİTAK) MISAG-124 nolu proje kapsamında yaptığı maddi katkıdan dolayı teşekkür ederiz.

### Semboller

$c_p$	Özgül ısı
$f_s$	Katılık oranı
$g$	Yerçekimi ivmesi
$H$	Yükseklik
$h$	Entalpi
$\Delta H$	Gizli ısı
$k$	Isı iletim katsayısı
$K_o$	Geçirgenlik katsayısı
$p$	Basınç
$Pr$	Prandtl Sayısı
$Re$	Reynolds Sayısı
$S$	Kaynak terimi
$T$	Sıcaklık
$u$	x-yönündeki hız bileşeni
$v$	y-yönündeki hız bileşeni

### Yunanca Semboller

$\alpha$	Isıl yayılım katsayısı
$\beta$	Isıl genişleme katsayısı
$\gamma$	Deformasyon miktarı
$\bar{\mu}$	Moleküler viskozite
$\nu$	Kinematik viskozite
$\rho$	Yoğunluk
$\theta$	Boyutsuz sıcaklık
$\tau$	Boyutsuz zaman

### Alt indisler

E	Ötektik
L	Likidus
ref	Referans
sıc	Sıcak
soğ	Soğuk

### Kaynaklar

Arnberg, L., Chai, G., and Backerud, L., "Determination of dendritic coherency in solidifying melts by rheological measurements," Mater. Sci. Engn., A173:101-103, 1993.

Brown, S. B., "An Internal Variable Constitutive Model for Semi-Solid Slurries", Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes V Edited by Rappaz, M., Ozgu, M.R., and Mahin, K. W., TMS, 31-38, 1991.

Christenson, M. S., and Incropera, F.P., "Solidification of an aqueous ammonium chloride solution in a rectangular cavity-I." Experimental study. Int. J. Heat Mass. Transfer, 32, 47-68, 1989.

Flemings, M. C., Riek, R. G., and Young, K. P., "Rheocasting Processes" AFS in Cast Metals Journal, 11-19, 1976.

Hoseon, Y. and Viskanta, R., "Effect of anisotropic permeability on the transport process during solidification of a binary mixture." Int. J. Heat Mass. Transfer, 35, 2335-2346, 1992.

Ilegbusi, O. J. and Mat, M. D. "Internal-Variable Constitutive Model for Semi-Solid Slurries-I: Isothermal Conditions", Journal of Materials Engineering and Performance, (To be published) 1998.

Ilegbusi, O.J., "Application of a time dependent constitutive model to rheocast systems." Journal of Materials Engineering and Performance, 5, 117-12, 1996.

Kattamis, T. Z. And Piccone, T. J. "Rheology of Semi-Solid Al-4.5% Cu-1.5% Mg alloy" Materials Science and Engineering A131, 265-272, 1991.

Martin, C. L., Brown, S. B., Favier, D., and Suery, M., "Shear Deformation of High Solid Fraction ( $>0.60$ ) Semi-Solid Sn-Pb Under Various Structures", *Materials Science and Engineering*, Vol. A 202, 112-122, 1995.

Nguyen, T. G., Suery, M., and Favier, D., "Mechanical Behavior of Semi-Solid Alloys under drained compression with lateral pressure" in *Proc. 2<sup>nd</sup> Int. Conf. On Processing of Semi-Solid Alloys and Composites*, Boston, MA, 296-304, 1992.

Patankar, S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, Washington, 1980.

Reddy, A. V. and Beckermann, C., "Simulation of the effects of the thermosolution convection, shrinkage induced flow and solid transport on macrosegregation and equiaxed grain size distribution in a dc continuous cast Al-Cu round Ingot," in *Materials Processing in the Computer Age-II*, V. R. Voller, S.

P. Marsh and N. El-Kaddah, Eds., TMS, Pennsylvania, 89-190, 1995.

Rady, M. A., and Nada, S. A., "Solidification of hypereutectic and hypoeutectic binary alloys with buoyancy and surface tension driven natural convection." *Heat and Mass Transfer*, 34, 337-347, 1998.

Rosten, H. and Spalding, D. B., *PHOENICS Beginner's Guide and User's Manual*, Cham Limited (U.K.) Technical Report, TR/100, 1986.

Szekely, J., and Jassal, A. S., "An Experimental and Analytical Study of the Solidification of a Binary Dendritic System" *Metallurgical Transactions B*, 389-398, 1978.

Voller, V. R., and Prakash, C., "A fixed grid numerical modeling methodology for convection-diffusion mushy region phase-change problems," *Int. J. Heat Mass Trans.*, 30:1709-1719, 1987.