

Yarı Rijit Bağlantılı ve Rijit Uç Bölgesi Düzlemsel Çerçevelerin Nonlinear Analizi

Hakan ERDEM

*Ondokuz Mayıs Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümü,
Kurupelit, 55139, Samsun-TÜRKİYE*

Geliş Tarihi 29.03.2001

Özet

Bu çalışmada, uçlarında rijit bölgeler ve yarı rijit bağlantılar bulunan düzlemsel çerçevelerin nonlinear analizi incelenmektedir. Perde duvara bağlanan kirişin, perde duvar eksenindeki rijitlik etki katsayıları, elastik kiriş ucu ile perde duvar eksenini arasındaki kısımda rijit şekil değiştirme olacağı kabulü ile elde edilmektedir. Bağlantı modeli olarak şekil değiştirme pekleşmesi ve şekil değiştirme yumuşaması davranışlarını da temsil edebilen Richard Modeli kullanılmaktadır. İkinci mertebe analize ait tanjant rijitlik matrisi, çubuk elemanın moment-eğrilik ilişkisini idare eden lineer diferansiyel denklemin, aksenal kuvvet ve yarı rijit bağlantı etkileri de göz önüne alınarak sınır şartları için çözümünden elde edilmektedir. Çerçeveye etki eden yükler adım adım uygulanmaktadır. Hazırlanan bilgisayar programıyla hem nonlinear analiz hem de stabilite kontrolü yapılabilmektedir.

Anahtar Sözcükler: Rijit uç bölge, nonlinear analiz, yarı rijit bağlantı, düzlemsel çerçeve, stabilite

Nonlinear Analysis of Planar Frames with Semi-rigid Connections and Rigid End Parts

Abstract

In this study, nonlinear analysis of planar frames with semi-rigid connections and rigid end parts is performed. Stiffness influence coefficients in the shear wall axis of the beam connected to the shear wall are obtained with the assumption that the rigid strain would be at the part between the elastic beam end and the shear wall axis. The Richard model, which represents a strain hardening and a strain softening behaviour, is used for the connection model. The tangent stiffness matrix of the second order analysis is obtained from the solution of the linear differential equation governing the moment-curvature relation of a one-dimensional member in which the effects of axial force and semi-rigid connections are accounted for. The loads that influence the frame are applied step by step. The prepared can be used for both nonlinear analysis and stability checks.

Key Words: Rigid end part, nonlinear analysis, semi-rigid connection, planar frame, stability

Giriş

Ghali ve Neville (1983) perde duvarlı düzlemsel çerçevelerin birinci mertebe analizini eşdeğer çerçeve

benzetimi ile yapmıştır. Dündar ve Kırıl (1986), eşdeğer çerçeve benzetimi, geniş kolonlu çerçeve benzetimi ve sonlu elemanlar yöntemi ile perdeleri elemanlara bölerek birinci mertebe anal-

ize ait çalışmalar yapmışlardır. Aksoğan ve ark. (1993), bağlantı davranışını üçüncü dereceden polinom ile tanımlayarak, eksenel rijitliğe eğilmenin etkisini katmadan ve düğüm koordinatlarını güncelleştirmeden düzlemsel çerçevelerin nonlineer analizini yapmışlardır. Erdem ve Aksoğan (1994), uçlarında rijit bölgeler ve nonlineer davranabilen yarı rijit bağlantılar bulunan düzlemsel çerçevelerin birinci mertebeli analizini yapmışlar. Erdem (1999) ise yarı-rijit bağlı düzlemsel çerçeveleri, Richard modelini kullanarak ve eksenel rijitliğe eğilme nedeniyle kılmanın etkisini de katarak ikinci mertebeli analizini yapmıştır.

Bu çalışmada, daha önce birlikte gözönüne alınmayan bağ kirişlerinin perdelerle bağlandığı yerde nonlineer davranabilen yarı rijit bağlantılar bulunan, düzlemsel çerçevelerin nonlineer analizi incelenmektedir. Hazırlanan bilgisayar programı ile hem nonlineer analiz yapılabilen, hem de sisteme uygulanan yük stabilite yükünü aşar ise kritik yük faktörü de hesaplanabilmektedir. Hesaplara ait akış diyagramı ekte verilmiştir (Ek 1.).

Perde duvara bağlanan kirişin, perde duvar eksenindeki rijitlik etki katsayıları, kiriş ucu ile perde duvar eksen arasında rijit şekil değiştirme olacağı kabulü ile elde edilmektedir. İkinci mertebeli etkiler gözönüne alınırken eksenel kuvvetin eğilme ve kesme rijitliklerine, eğilme nedeniyle oluşan kılmanın da eksenel rijitliğe etkisi gözönüne alınmaktadır. Farklı ara yükleme şekilleri için ankastrelilik uç kuvvetleri, eksenel kuvvet ve bağlantı davranışı da gözönüne alınarak hesaplanmaktadır. Nonlineer analizde, kuvvetler belirli bir değere bölünerek adım adım uygulanmaktadır. Her adımda çubuk uçlarında oluşan dengelenmemiş kuvvetler kontrol edilmekte ve dengelenmemiş kuvvetin olması durumunda sisteme uygulanmaktadır. Dengelenmemiş kuvvetler

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & k_{1,3} & k_{1,4} & k_{1,5} & k_{1,6} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & k_{2,3} & k_{2,4} & k_{2,5} & k_{2,6} \\ k_{3,1} & k_{3,2} & k_{3,3} & k_{3,4} & k_{3,5} & k_{3,6} \\ k_{4,1} & k_{4,2} & k_{4,3} & k_{4,4} & k_{4,5} & k_{4,6} \\ k_{5,1} & k_{5,2} & k_{5,3} & k_{5,4} & k_{5,5} & k_{5,6} \\ k_{6,1} & k_{6,2} & k_{6,3} & k_{6,4} & k_{6,5} & k_{6,6} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Kapalı olarak bu ifade aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\{p\} = [k]\{d\} + \{f\} \quad (2)$$

Burada $[k]$ yerel eksen takımındaki 6×6 boyutlu eleman rijitlik matrisidir. Yerel eksen takımında

belirli bir tolerans değerinden küçük oluncaya kadar adım içerisinde iterasyon işlemine devam edilmektedir. Ayrıca, adım sonlarında çerçevenin düğüm noktalarının koordinatları güncellenerek yer değiştirme ile oluşan $P-\Delta$ etkileri de hesaplarda gözönüne alınmaktadır. Yarı rijit bağlantı davranışı için şekil değiştirme yumuşaması ve pekleşmesi gibi nonlineer bağlantı davranışlarını da çok iyi temsil edebilen Richard Modeli kullanılmıştır.

Betonarme kesitlerde, kesite etki eden momentlerin büyümesi sonucu çekme bölgesindeki donatılarda uzama ile buradaki betonda çatlaklar, basınç bölgesindeki beton kesitte basınç ile kılma yani ezilme meydana gelmektedir. Bu çalışmada kullanılan örnekte, betonarme kesitin beton ve çelik malzemeleri için verilen malzeme bilgileri kullanılarak, betonun farklı birim kılmaları için $M-\theta_r$ ilişkisi bulunmaktadır. Bu moment bağlı dönme ilişkisi kullanılarak Richard Modelindeki parametreler tespit edilmektedir. Nonlineer olan betonarme kesit $M-\theta_r$ ilişkisi ile bağlantı davranışı canlandırılmaktadır.

Yöntem

Kuvvet deplasman ilişkileri

Düzlemsel çubuk elemanların her bir ucunda yerel eksenler yönünde iki deplasman ve bu eksenlere dik olan eksen etrafında bir dönme mevcuttur. Deplasmanlar yönünde kuvvet, dönme yönünde ise moment etki etmektedir. Düzlemsel çubuk elemanın uç kuvvetleri $\{p\}$, uç deplasmanları $\{d\}$, ve ankastrelilik uç kuvvetleri $\{f\}$ her biri 6×1 boyutlu birer vektör olarak verilebilirler. Çubuk uç kuvvetleri, deplasmanlar ve ankastrelilik uç kuvvetleri arasındaki ilişki matris gösterimi kullanılacak olursa aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

bulunan $[k]$ matrisinin, sisteme ait düğüm deplasmanlarının bulunması için sistem eksen takımındaki $[k']$ ye dönüştürülmesi gerekir. Çerçeveyi oluşturan çubuklar için bulunan $[k']$ matrisleri kodlama tekniği ile toplanarak $[K]$ elde edilir. Sistem eksen takımında

oluşturulan $\{P\}$ ve $[K]$ kullanılarak

$$\{P\} = [K]\{D\} \quad (3)$$

ifadesinden, sistem deplasmanları $\{D\}$ elde edilir.

Burada $\{P\}$ sistem yük vektörünü, $[K]$ sistem rijitlik matrisini, $\{D\}$ ise sistem deplasman vektörünü göstermektedir.

Sistem eksen takımında bir kuvveti bulabilmek için

$$\{p'\} = [k']\{d'\} + \{f'\} \quad (4)$$

ifadesi kullanılır.

Burada kullanılan üssü işareti sistem eksen takımında olduklarını göstermektedir ve

$$\begin{aligned} [k'] &= [T]^T [k] [T] \\ \{p'\}_{6 \times 1} &= [T]_{6 \times 6}^T \{p\}_{6 \times 1} \\ \{d'\}_{6 \times 1} &= [T]_{6 \times 6}^T \{d\}_{6 \times 1} \\ \{f'\}_{6 \times 1} &= [T]_{6 \times 6}^T \{f\}_{6 \times 1} \end{aligned} \quad (5)$$

olarak hesaplanmaktadır.

Burada $[T]$ transformasyon matrisini, β ise yerel eksenler ile sistem eksenleri arasındaki açıyı göstermektedir.

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L}s_1 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L}s_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3}s_2 & \frac{6EI}{L^2}s_3 & 0 & -\frac{12EI}{L^3}s_2 & \frac{6EI}{L^2}s_3 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2}s_3 & \frac{4EI}{L}s_4 & 0 & -\frac{6EI}{L^2}s_3 & \frac{2EI}{L}s_4 \\ -\frac{EA}{L}s_1 & 0 & 0 & \frac{EA}{L}s_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3}s_2 & -\frac{6EI}{L^2}s_3 & 0 & \frac{12EI}{L^3}s_2 & -\frac{6EI}{L^2}s_3 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2}s_3 & \frac{2EI}{L}s_4 & 0 & -\frac{6EI}{L^2}s_3 & \frac{4EI}{L}s_4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Burada,

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{1}{1 + * \frac{EA}{4N^3L^2}[H]}, \\ s_2 &= \frac{U_1}{D}, \quad s_3 = \frac{U_2}{D}, \quad s_4 = \frac{U_3}{D}, \quad s_5 = \frac{U_4}{D}, \quad s_6 = \frac{U_5}{D}, \quad s_7 = \frac{U_6}{D} \end{aligned} \quad (8)$$

$$H = u (M_a^2 + M_b^2) (\cot u + u \cos ec^2 u) - 2 (M_a + M_b)^2 + 2uM_aM_b (\cos ecu) (1 + u \cot u)$$

$$\begin{aligned} [T] &= \begin{bmatrix} [t] & [0] \\ [0] & [t] \end{bmatrix} \\ [t] &= \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

Çubuk elemanın rijitlik matrisi

Yapı sistemleri, sisteme uygulanan yükler altında, başlangıçta lineer gibi davranırlar da, artan yükler altında eğilme momentlerinin ve eksenel kuvvetlerin birbirlerinin rijitliklerini etkilemelerinden dolayı nonlineer davranış gösterirler. Nonlineer analiz için gereken rijitlik matrisi eksenel kuvvetin etki ettiği elemanı idare eden denklem çözülerek elde edilmektedir. Rijitlik matrisinin eksenel kuvvetin çok küçük olması, çekme ve basınç olması için farklı çözümleri bulunmaktadır. Bu yöntem çubuk elemanı tek parça olarak ele alan hesaplardan en kullanışlıdır.

Kuvvetler ve deplasmanlar arasındaki temel ilişki birinci mertbe rijitlik matrisinde olduğu gibi $\{p\} = [k]\{d\} + \{f\}$ kapalı formunda gösterilebilir. Ancak $[k]$ ve $\{f\}$ ifadelerinde bağlantıların, eksenel kuvvetin ve eğilme momentlerinin neden olduğu değişiklikler yapılmalıdır. Değişikliklerle bu ilişki ikinci mertbe analizinde de kullanılabilir.

$M_a =$ çubuğun sol uç momenti
 $M_b =$ çubuğun sol uç momenti

olarak tanımlanmaktadır.

$$s_1 = 1$$

$$U_1 = k_1 + k_2 + 4k_1k_2 \quad , \quad U_2 = 2k_1(1 + 2k_2) \quad , \quad U_3 = k_1(3 + 4k_2)$$

$$U_4 = 2k_2(1 + 2k_1) \quad , \quad U_5 = 4k_1k_2 \quad , \quad U_6 = k_2(3 + 4k_1) \quad (9)$$

$$D = 3 + 4k_1 + 4k_2 + 4k_1k_2 \quad , \quad k_1 = \frac{k_a L}{4EI} \quad , \quad k_2 = \frac{k_b L}{4EI}$$

Bu ifadelerdeki k_a ve k_b boyutlu yay katsayıları olup bir radyan dönmeye karşı gelen momentleri gösterirler. k_1 ve k_2 çubuğun i ve j uçlarındaki dönme yaylara ait boyutsuz yay katsayılarıdır. Eğer çubuk uçlarındaki bağlantılar da bulunmaz ise (8)'de verilen "s" katsayılarının hepsi bir olur ve rijitlik matrisi de bilinen rijitlik matrisine dönüşür.

İkinci mertebe analizde çubuk uçlarında da dönme yaylar var ise, (8)'de verilen rijitlik matrisindeki "s" katsayıları ve kısaltmalar aşağıdaki gibi olur.

Burada,

$$U_1 = \frac{u^3[(k_a k_b - *EI N) \sin u + \alpha EI (k_a + k_b) \cos u]}{12}$$

$$U_2 = \frac{u^2[\alpha EI k_a \sin u + *k_a k_b (1 - \cos u)]}{6}$$

$$U_3 = \frac{u[*k_a k_b + k_a NL] \sin u - *u k_a k_b \cos u}{4}$$

$$U_4 = \frac{u^2[*k_a k_b (1 - \cos u) + \alpha EI k_b \sin u]}{6} \quad (10)$$

$$U_5 = \frac{u * [k_a k_b u - k_a k_b \sin u]}{2}$$

$$U_6 = \frac{u[*k_a k_b + N k_b L] \sin u - *u k_a k_b \cos u}{4}$$

$$D = [\alpha EI (* (k_a + k_b) + NL) - *u k_a k_b] \sin u - * [NL (k_a + k_b) + *2k_a k_b] \cos u + 2k_a k_b$$

$$\alpha^2 = \frac{N}{EI} \quad , \quad u = \alpha L$$

olarak tanımlanmaktadır.

(10) denkleminde, eksenel kuvvetin pozitif değerde olması durumunda *=1 olarak alınır. Eksenel kuvvetin negatif olması durumunda ise * = -1/e ve trigonometrik ifadeler ise hiperboliklerine dönüşürler.

Birinci mertebe analiz yapıyor ve çubuk uçlarında da dönme yaylar var ise, (8)'deki katsayılar aşağıdaki gibi olur (Erdem, Aksoğan, Hüseyin 1996).

Perde duvar eksenindeki rijitlik etki katsayıları

Perde duvar eksenindeki rijitlik etki katsayıları k_{ij}^* , perde eksenini ile kiriş ucunda kalan perde kısmında, rijit şekil değiştirme olacağı kabulü ile şekil değiştirme enerjilerinin eşitlenmesiyle k_{ij} ye bağlı olarak bulunmaktadır (Şekil 1).

Kirişin perde duvar içinde kalan kısmı sonsuz rijit olduğundan perde duvar eksenindeki dönme ile elastik kirişin perdeye bağlandığı noktadaki dönme birbirine eşit olacaktır. Benzer olarak yatay yönde rijit kısım boy değişimi yapmadığından yatay deplasmanlarda eşit olurlar (Dündar ve Kıral, 1986). Bu kabuller doğrultusunda kiriş uçları ve perde eksenindeki deplasmanlar arasındaki ilişki aşağıdaki gibi matris formunda yazılabilir:

$$\begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{a}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{-b}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1^* \\ d_2^* \\ d_3^* \\ d_4^* \\ d_5^* \\ d_6^* \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Kapalı formda ise

$$\{d\} = [H]\{d^*\} \quad (12)$$

şeklini alır. i, j çubuğunun şekil değiştirme enerjisi,

$$v = \{d\}^t [k] \{d\} \quad (13)$$

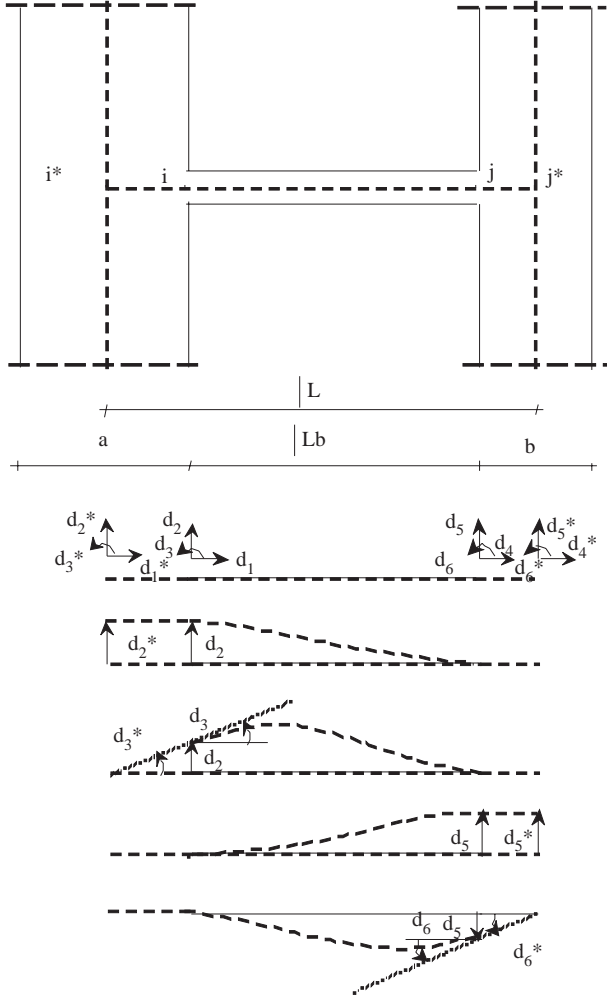
ile i^*, j^* eksen düğümlerine göre şekil değiştirme enerjisi

$$v^* = \{d^*\}^t [k^*] \{d^*\} \quad (14)$$

eşitlenerek perde eksenindeki rijitlik matrisi

$$[k^*] = [H]^t [k] [H] \quad (15)$$

elde edilir.



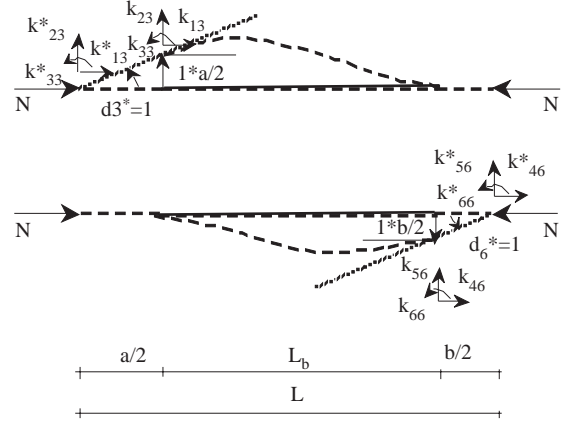
Şekil 1. Perde duvar eksenlerinde ve bağ kirişi uçlarındaki deplasmanlar

Yukarıdaki bağıntıdaki çarpımların yapılması sonucu $[k^*]$ mün, $[k]$ /dan farklı olan etki katsayıları

$$\begin{aligned}
 k_{23}^* &= \frac{a}{2} k_{22} + k_{23} \\
 k_{26}^* &= -\frac{b}{2} k_{25} + k_{26} \\
 k_{33}^* &= \left(\frac{a}{2}\right)^2 k_{22} + \frac{a}{2} k_{32} + \frac{a}{2} k_{23} + k_{33} \\
 k_{36}^* &= -\frac{a}{2} \frac{b}{2} k_{25} - \frac{b}{2} k_{35} + \frac{a}{2} k_{26} + k_{36} \\
 k_{66}^* &= \left(\frac{b}{2}\right)^2 k_{55} - \frac{b}{2} k_{65} - \frac{b}{2} k_{56} + k_{66} \\
 k_{32}^* &= k_{23}^* \quad , \quad k_{35}^* = -k_{23}^* \quad , \quad k_{53}^* = k_{35}^* \\
 k_{62}^* &= k_{26}^* \quad , \quad k_{56}^* = -k_{26}^* \quad , \quad k_{65}^* = k_{56}^* \\
 k_{63}^* &= k_{36}^*
 \end{aligned} \quad (16)$$

olarak bulunur.

Ancak (16) denklemindeki k_{ij}^* değerleri çubuğa eksenel kuvvet etki etmediği durum için geçerlidir. Ayrıca, $[k^*]$ elde edilirken kullanılan i-j çubuğunun rijitlik matrisi $[k]$ /da, çubuk uzunluğu olarak L_b nin kullanılacağı unutulmamalıdır (Şekil 2).



Şekil 2. Eksenel kuvvetin bulunması durumunda rijitlik etki katsayıları

İkinci mertebe analizde ise, perde eksenindeki k_{ij}^* rijitlik etki katsayılarından sadece k_{33}^* ve k_{66}^* değişmektedir. (17) de verilen bu rijitlik etki katsayılarındaki eksenel kuvvetin çarpımı olan (*), eksenel kuvvetin basınç olması durumunda (1), diğer durumda ise (-1) olarak alınmaktadır.

$$\begin{aligned}
 k_{33}^* &= \left(\frac{a}{2}\right)^2 k_{22} + \frac{a}{2} k_{32} + \frac{a}{2} k_{23} + k_{33} - * N \frac{a}{2} \\
 k_{66}^* &= \left(\frac{b}{2}\right)^2 k_{55} - \frac{b}{2} k_{65} - \frac{b}{2} k_{56} + k_{66} - * N \frac{b}{2}
 \end{aligned} \quad (17)$$

Yarı rijit bağlantı modeli

Çubuk elemanların birbirlerine bağlandıkları yerlerde, eksenel ve ona dik bağıl yer değiştirmeleri moment açısıl bağıl yer değiştirmelere göre daha küçük olan bağlantılar vardır. $M-\theta_r$ bağıntısı ile temsil edilen moment açısıl bağıl yer değiştirme ilişkisi nonlineerdir. Ancak genellikle basitleştirici kabuller yapılarak bağlantıların rijit yada mafsallı oldukları kabul edilir. En kolay bağlantı modellenmesi bağlantı davranışının lineer seçilmesidir. Bağlantı davranışları çok parçalı lineer, polinom, kübik b-spline, kuvvet ve üssel modellerle de gösterilebilmektedir. Burada, birçok bağlantı davranışını modellemeye uygun olan Dört Parametrelili Richard Modeli kullanılmaktadır (Almusallam ve Richard, 1993).

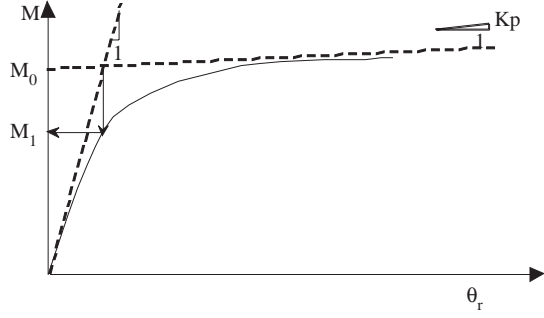
Bu modelde bağlantı rijitliği

$$k_a = k_b = \frac{dM}{d\theta_r} = \frac{(K_0 - K_p)}{\left(1 + \left|\frac{(K_0 - K_p) \theta_r}{M_0}\right|^n\right)^{\frac{n+1}{n}}} + K_p \quad (18)$$

$$n = \frac{-\ln 2}{\ln \left(\frac{M_1}{M_0} - \frac{K_p}{K_0 - K_p} \right)}$$

ile gösterilmektedir (Şekil 3).

Buradaki K_0 bağlantının ilk rijitliğini, K_p bağlantının plastik rijitliğini, M_0 referans momentini ve n ise eğri şekil parametresini göstermektedir. M_1 , K_0 ve K_p 'nin elde edilmesi için çizilen doğruların kesişiminden, $M-\theta_r$ eğrisine inen doğrunun eğriyi kestiği yerdeki momenttir. θ_r ise bağlantıya ait bağıl dönme açısıdır (Erdem , 1999)

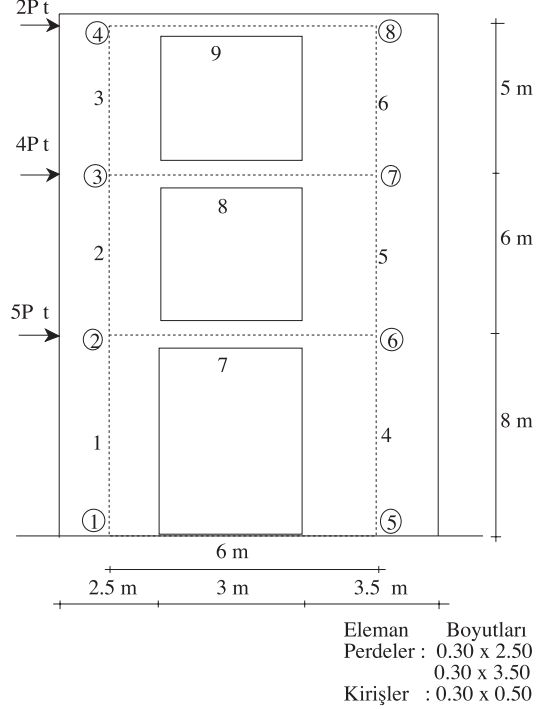


Şekil 3. Richard Modeli parametrelerinin $M-\theta_r$ eğrisinden elde edilmesi

Sayısal Uygulamalar

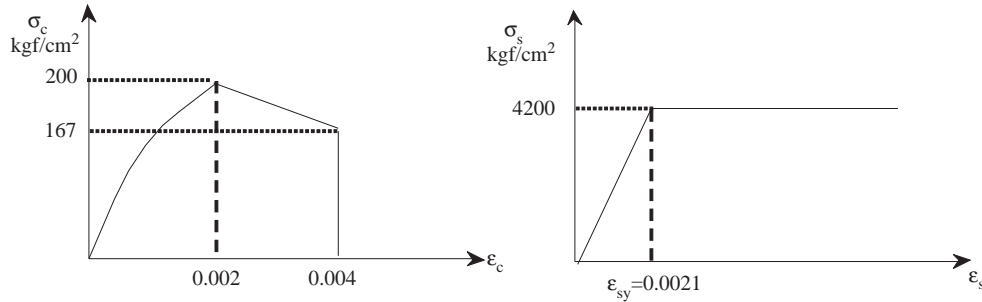
Burada, üç katlı tek açıklıklı boşluklu perdeli çerçeve gözönüne alınacaktır (Şekil 4). Bu örneği, Çakıroğlu ve Çetmeli (1972) ile Dündar ve Kiral (1986) yatay yük katsayısı P 'yi bir alarak birinci derece analizini yapmışlardır. Hazırlanan bilgisayar programı ile $P=3$ alınarak, bu çerçevenin nonlineer analizi yapılmış ve sonuçlar Sap2000

paket program sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Sonuçların Sap2000 paket programı ile farklılık gösterdiği gözlenmiştir. Bu farklılık, Sap2000'de gözönüne alınmayan eğilmenin eksenel rijitliğe etkisinin alınmaması ($s_1=1$) ve eksenel rijitlik etki katsayısında perde eksenleri arasındaki uzunluğun (L) alınması ile ortadan kalkmış ve aynı sonuçlar bulunmuştur (Tablo 1. Birinci Kolon)



Şekil 4. Üç katlı tek açıklıklı örnek çerçeve

(a) Beton (b) Çelik



Şekil 5. Kiriş malzeme özellikleri

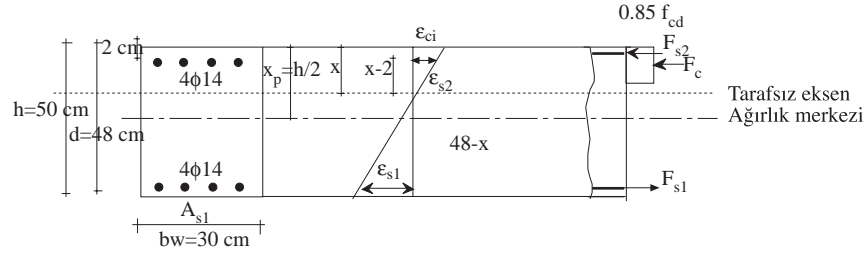
Aynı örnek bağlantıların yarı rijit olması durumu içinde çözülmüştür. Bağlantı davranışını temsil etmek için gereken $M-\theta_r$ ilişkisi, aşağıda Şekil 5'de verilen malzeme davranışları kullanılarak, beton için farklı birim deformasyonları için tarafsız eksenin elde edilmesi ve bu tarafsız eksen için kesitin taşıyacağı $M-\theta_r$ değerlerinin bulunması ile elde edilmiştir (Şekil 7). Bağlantılar, kirişlerin boşluklu perdeye bağlandığı yerde tanımlanmıştır.

Yukarıdaki Şekil 7'den Richard Modeli için gereken katsayılar $K_0 = 2060 \times 10^2 \text{ tm/rad}$,

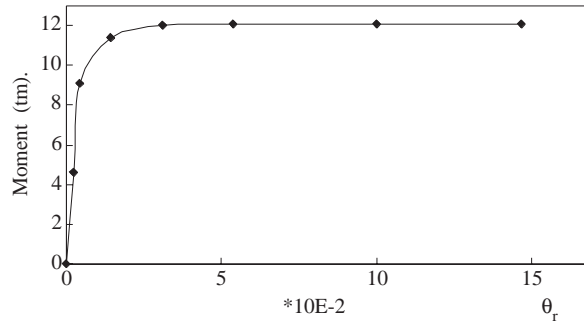
$K_p = 0$, $M_0 = 12.04 \text{ tm}$, $M_1 = 9.53 \text{ tm}$ ve $n = 2.963$ olarak bulunmuştur. Bulunan bu değerler kullanılarak kirişlerin perdeye saplandığı yerlerde yarı rijit bağlantılar tanımlanmış ve buna göre bulunan sonuçlar (Tablo 1. Üçüncü Kolon), bağlantıların rijit olması durumlarına ait sonuçlarla karşılaştırılmıştır (Tablo 1. İkinci Kolon).

Tablo 1. Sonuçların karşılaştırılması

Eleman Tanımları			$s_1 = 1$, L ve rijit bağlantı için SAP2000 ile karşılaştırma			$s_1 \neq 1$, L_b ve rijit bağlantı için SAP2000 ile karşılaştırma			$s_1 \neq 1$, L_b ve yarı rijit bağlantı için çözüm sonuçları		
Eleman No	Düğüm No	i ucundan mesafe (m)	Eksenel Kuvvet (t)	Kesme Kuvveti (t)	Moment (t.m)	Eksenel Kuvvet (t)	Kesme Kuvveti (t)	Moment (t.m)	Eksenel Kuvvet (t)	Kesme Kuvveti (t)	Moment (t.m)
1	1	0	-19.11	10.93	85.93	-19.12	10.25	82.47	-18.81	10.23	82.92
	2	8	19.11	-10.93	1.53	19.12	-10.25	-0.50	18.81	-10.23	-1.06
2	2	0	-12.49	5.77	16.72	-12.53	5.86	18.64	-12.37	5.83	18.81
	3	6	12.49	-5.77	17.88	12.53	-5.86	16.49	12.37	-5.83	16.16
3	3	0	-5.88	3.26	0.24	-5.91	3.57	1.68	-5.85	3.54	1.72
	4	5	5.88	-3.26	16.04	5.91	-3.57	16.15	5.85	-3.54	15.99
4	5	0	19.09	22.07	201.48	19.10	22.75	204.89	18.79	22.77	206.27
	6	8	-19.09	-22.07	-24.94	-19.10	-22.75	-22.85	-18.79	-22.77	-24.12
5	6	0	12.45	12.23	46.46	12.49	12.14	44.29	12.32	12.17	45.10
	7	6	-12.45	-12.23	26.95	-12.49	-12.14	28.58	-12.32	-12.17	27.93
6	7	0	5.85	2.74	-5.44	5.88	2.43	-7.05	5.82	2.46	-6.73
	8	5	-5.85	-2.74	19.16	-5.88	-2.43	19.22	-5.82	-2.46	19.03
7	2	1.25	9.83	-6.63	-9.96	10.61	-6.59	-9.89	10.60	-6.44	-9.67
	6	4.25	-9.83	6.63	-9.92	-10.61	6.59	-9.89	-10.60	6.44	-9.67
8	3	1.25	9.49	-6.60	-9.86	9.71	-6.62	-9.90	9.71	-6.50	-9.72
	7	4.25	-9.49	6.60	-9.95	-9.71	6.62	-9.95	-9.71	6.50	-9.78
9	4	1.25	2.74	-5.87	-8.71	2.43	-5.90	-8.78	2.46	-5.83	-8.69
	8	4.25	-2.74	5.87	-8.89	-2.43	5.90	-8.90	-2.46	5.83	-8.81



Şekil 6. Kiriş kesit özellikleri



Şekil 7. Betonarme kiriş $M-\theta_r$ ilişkisi

Sonuç

Özellikle yüksek katlı yapılarda yatay deplasman fazla olmakta ve yapıyı oluşturan elemanlarda şekil değiştirmelerden ve çerçeve düğümlerinin yer değiştirmesinden dolayı çubuk elemanlara ilave momentler gelmektedir. Bu tür narin olarak adlandırılan kolonların momentleri, TS500 ünde önerdiği yaklaşık bir yöntem olan moment büyütme yöntemi ile artırılır. Burada, uçlarında rijit bölgeler ve yarı-rijit bağlantılar bulunan düzlemsel çerçevelerin nonlinear analizi yapılmıştır. Bu analizde çubukların her iki ucunda birbirinden farklı özellikte olabilen nonlinear bağlantı modeli kullanılmıştır. Şekil değiştirme ve düğümlerin yer değiştirmesinden dolayı oluşan nonlineer etkiler gözönüne alınmıştır. Hesapların doğruluğunu göstermek için kiriş uçlarında rijit bağlantı olması için SAP2000 ile sonuçlar karşılaştırılmış ve sonuçların bir miktar farklı olduğu görülmüştür. Ancak eksenel rijitlik etki katsayısında, kiriş uzunluğu olarak rijit uç bölgelerin uzunluğunun çıkarılmadığı, perde eksenleri arasındaki uzunluğun alınması ve eğilmenin eksenel rijitliğe katkısının gözönüne alınmamasında sonuçlar üst üste çakışmıştır. Malzeme özellikleri verilen betonarme kirişin, moment-eğriliği hesaplanarak yarı-rijit bağlantı davranışının tanımlanmasında kullanılmıştır. Kiriş uçlarındaki rijit bölgelerin, betonarme kesitlerin ezilmesiyle ortaya çıkan yarı-rijitliğin, düğüm koordinatlarının nonlinear analizde her adım sonunda güncellenmesinin nonlinear analiz sonuçlarını daha da gerçekçi yapacağı düşünülmektedir.

Semboller

A	: çubuk elemanın enkesit alanı
$\{d\}$: çubuk elemanın yerel koordinatlarında uç deplasmanları vektörü
$\{d'\}$: çubuk elemanın sistem koordinatlarında uç deplasmanları vektörü
$\{D\}$: sistem deplasman vektörü
DET	: sistem rijitlik matrisinin determinanı
E	: çubuk elemanın elastisite modülü
EPS	: art arda sisteme uygulanan yüklerin birbirlerine yaklaşma toleransı
FAC	: i'yinci yük adımındaki INC'lerin toplamı
$\{f\}$: çubuk elemanın yerel koordinatlarında ankastrelik uç kuvvetleri vektörü

$\{f'\}$: sistem koordinatlarında çubuk eleman ankastrelik uç kuvvetleri vektörü
INC	: yük adım katsayısı
I	: çubuğun atalet momenti
IITE	: yük adım sayısı
IT	: bir yük adımındaki iterasyon sayısı
ITMAX	: dengelenmemiş kuvveti düzeltme için maksimum iterasyon sayısı
k_{ij}	: i'yinci satır j'yinci sütundaki rijitlik etki katsayısı
k_1	: çubuğun i ucundaki dönel yaya ait boyutsuz yay katsayısı
k_2	: çubuğun j ucundaki dönel yaya ait boyutsuz yay katsayısı
k_a	: çubuğun i ucundaki dönel yaya ait boyutlu yay katsayısı
k_b	: çubuğun j ucundaki dönel yaya ait boyutlu yay katsayısı
$[k]$: çubuk elemanın yerel koordinatlarında rijitlik matrisi
$[k']$: çubuk elemanın sistem koordinatlarında rijitlik matrisi
$[K]$: sistem rijitlik matrisi
KI	: rijitlik matrisi determinantının pozitif ya da negatif olduğunu belirten sayı
K	: bağlantıya ait anlık rijitlik
K_0	: bağlantıya ait ilk rijitlik
K_p	: bağlantıya ait plastik rijitlik
L	: çubuk elemanın uzunluğu
M	: bağlantıya gelen moment
M_o	: bağlantıya ait referans momenti
M_1	: $M-\theta_r$ eğrisinden okunan değer
M_a, M_b	: çubuğun sol ve sağ ucuna ait momentler
n	: bağlantıya ait eğri şekil parametresi
N	: çubuk elemana etki eden eksenel kuvvet
NSTEP	: toplam yükü bölme sayısı
s_k	: $k=1, \dots, 7$ eksenel kuvvet, eğilme ve dönel bağlantı etkilerini gösteren katsayılar
$\{p\}$: çubuk elemanın yerel koordinatlarında uç kuvvetleri vektörü
$\{p'\}$: çubuk elemanın sistem koordinatlarında uç kuvvetleri vektörü
$\{P\}$: sistem yük vektörü
$[t]$: $[T]$ matrisinin alt matrisi
$[T]$: dönüşüm matrisi
TOL	: dengelenmemiş yük vektörünün tolerans ölçütü
x, y, z	: yerel eksen takımı
X, Y, Z	: sistem eksen takımı

- θ_r : bağlantının moment açısai bağıl dönmesi
 β : çubuk elemanın sistem eksenleriyle yaptığı açı

Teşekkür

Bu çalışma Ondokuz Mayıs Üniversitesi Araştırma Fonunca desteklenmiştir.

Kaynaklar

Aksoğan, O., Oskouei, A.V. ve Akavcı, S.S., "Uçlarında Rijit Bölgeler Bulunan Elastik Bağlı Çubuklardan Oluşan Çerçevelerin Nonlineer Analizi", 7. Prefabrikasyon Sempozyumu Bildirileri, XI:1-21, 1993.

Almusallam, T.H. and Richard, R.M., "Steel Frame Analysis with Flexible Joints Exhibiting a Strain Softening Behavior", Comp. Struct., 46(1), 55-65, 1993.

Çakıroğlu, A., Çetmeli, E., "Yapı Statiği", Cilt 2, Çağlayan Kitabevi, 1972.

Dündar, C. ve Kıral, E., "Perdeli Yapı Sistemlerinin Bilgisayar ile Hesabı", Teknik Yayınevi, 1986.

Erdem, H., "Yarı Rijit Bağlı Düzlemsel Çerçevelerin

Nonlineer Analizi", DEÜ Müh. Fak. Fen ve Mühendislik Dergisi, 1(3), 1-12, 1999.

Erdem, H. ve Aksoğan, O., "The Analysis of Frames Consisting of Members Connected to Their Rigid End Sections by Nonlinear Rotational Springs", Ç.Ü. Müh. Mim. Fak. Dergisi, 9(1-2), 33-46, 1994.

Erdem, H. ve Aksoğan, O. ve Hüseyin, K., "Bağlantıları Yarı Rijit ve Nonlineer Davranan, Üç Boyutlu Çerçevelerin İncelenmesi", Ç.Ü. Müh. Mim. Fak. Dergisi, 11, 33-45, 1996.

Ghali, A. and Neville A.M, Structural Analysis, Chapman and Hall, 1983.

SAP2000, Structural Analysis Programs. Computers and Structures Inc., Version 7, 1999.

Ek 1. Bilgisayar Programı Akış Diyagramı

