

# İşlenmiş Parça Boyutlarının İncelenmesinde İstatistiksel Modelleme Yaklaşımlarının Değerlendirilmesi

Can ÇOĞUN, Bünyamin KILINÇ  
Makina Mühendisliği Bölümü, Gazi Üniversitesi, Maltepe, Ankara-TÜRKİYE

Geliş Tarihi: 21.10.1996

**Özet:** Bu çalışmada imal edilen çeşitli parçaların kalite kontrolü amacı ile toplanmış boyut ölçümlerinin değişimi incelenmiş ve bu ölçümlerin istatistiksel değişimini en uygun ifade edebilecek (modelleyebilecek) dağılım fonksiyonları araştırılmıştır. Yapılan çalışmada, kalite kontrol gayesi ile çeşitli fabrikaların aldığı örneklerden oluşan ölçüm setleri kullanılmış olup bu setlerin frekans dağılımlarının gösterdiği değişimi ifade edebilmek için normal, log-normal, üçgen, düzgün, Weibull, Erlang ve beta olasılık yoğunluk fonksiyonları (probability density functions) denenmiştir. STATGRAF istatistik paketi yardımı ile yapılan ki-kare uygunluk testlerinde beta dağılım fonksiyonunun ölçüm setlerinin çoğunda üstün uygunluk verdiği görülmüştür.

**Anahtar Sözcükler:** Boyut ölçümü, istatistiksel modelleme, beta dağılım fonksiyonu.

## Evaluation of Statistical Modeling Techniques in the Investigation of the Dimensions of Machined Components

**Abstract:** In this study, an investigation was conducted to find the behavior of the variation of the dimensions of machined workpieces collected for quality control purposes and to propose statistical distribution functions (models) which would best reflect the variation of the statistical behavior of workpiece dimensions. In the study, normal, log-normal, triangular, rectangular, Weibull, Erlang and beta probability density functions were tested for the fit of behavior of frequency distributions of workpiece dimensions collected from various manufacturing firms. The beta distribution function was found to be the best fit by the chi-square test. The STATGRAF statistical analysis software package was used for the chi-square tests of collected workpiece dimensions.

**Key Words:** Dimension measurement, statistical modeling, beta distribution function.

### Giriş

İmalatta, aynı imalat yöntemleri ve parametreleri kullanılarak imal edilen aynı parçaların boyutlarının birbirinden farklı olması beklenen bir olaydır. Boyutlar arasındaki bu değişim belli kurallara uymadığı için rastsal veya tesadüfi (random) olarak adlandırılır. Parçanın boyutu ise rastsal değişken (random variable) olarak anılır. Rastsal değişimlerin incelenmesi ve modellenmesi de istatistiksel (stokastik) teknikler yardımı ile yapılabilir. İstatistiksel kalite kontrolü de (veya kısaca kalite kontrolü) olasılık örnekleme metodunun imalat sanayiinde uygulanan bir türüdür. Günümüzde uluslararası kalite kontrolünü uygulayan imalatçıların yaygın kullandığı ve üretimin (parça boyutlarının) kontrol dışına çıkıp-çıkmadığını göstererek gerekli tedbirlerin imalat sırasında alınmasını sağlayan grafikler  $\bar{x}$ ,  $\sigma$  (veya  $R$ ) kontrol diyagramlarıdır.  $\bar{x}$  kontrol diyagramı ortalama kalitenin,  $\sigma$  (veya  $R$ ) diyagramı ise bireysel mamullerin değişkenliklerinin

kontrol altında tutulmasını sağlar. Kalite kontrolünde kontrol diyagramlarının oluşturulmasında şu sıra takip edilir: 1) İmalat akış hattından ürünlerin örneklenmesi, 2) örneklerdeki parçaların gerekli boyutlarının ölçülmesi, 3) olasılık matematiği kullanılarak istatistiksel hesaplamaların yapılması, 4) kontrol diyagramlarının çizilmesi. Bahsedilen bu kalite kontrol işlemlerinde kontrol diyagramlarının çizilmesinde alınan ölçülerin dağılımlarının normal dağılım fonksiyonu olduğu kabul edilir. Kalite kontrolünün olasılık matematiğinde de normal dağılım fonksiyonunun (modelinin) parametreleri hesaplanır ve kullanılır. Bu model kullanım kolaylığı nedeni ile çok yaygınlaşmış ve oturmuştur. Ancak boyut dağılımlarının farklı imal usullerine ve endüstriyel uygulamalara göre farklılık gösterdiği de çok eskiden beri bilinen bir gerçektir. Birçok çalışmada (özellikle tasarımıla ilgili yayınlarda), boyut ve tolerans dağılımları normal dağılımdan farklı dağılımlarla ifade edilmiştir. Bu çalışmalara örnek

olarak Shainin (1949) sağa kayık normal dağılımın, Gibson (1951) yarı çember (semi circle) dağılımın, Crafts (1952) ve Fortini (1956) düzgün dağılımın, Doyle (1951) üçgen ve düzgün dağılımın, Gladman (1959) basık normal dağılımın (moving normal), Burr (1958) sinüs dağılımın boyut ölçümlerini en iyi şekilde modellediğini belirtmişler ve bu dağılımların normal dağılımdan üstünlüğünü genelde ki-kare uygunluk testiyle ispatlamışlardır. Mansur (1960, 1964) çalışmalarında yukarıda bahsedilen istatistiksel modellerin tamamını gözönüne almış ve 8 farklı parça grubunun boyutları için her dağılımın teker teker uygunluğunu incelemiştir. Kullandığı 8 farklı parça grubu için normal, sinüs ve üçgen dağılımların boyut dağılımlarına daha iyi uyduğunu göstermiştir. Değişik tip dağılımları kullanan tüm araştırmacıların ortak varsayımı boyut dağılımlarının ortalama boyut değeri etrafında simetrik olmasıdır. Ancak yapılan araştırmalar ve endüstriyel gözlemler boyut değişiminin bir ortalama değer etrafında simetrik olmadığını göstermektedir. Bazı araştırmacılar çalışmalarında elde ettikleri boyut dağılımlarının normal dağılımla ifade edilmesindeki uyumsuzluğu açıkça vurgulamışlardır. (Fortini, 1956; Gladman, 1959; Burr, 1958; Bjorke, 1978; Bennet, 1964; Gladman, 1980; Zhang, 1992; He, 1991; Fortini, 1967; Nelson, 1984). Bunlardan He (1989, 1991) boyut dağılımlarını modelleyebilecek olan istatistik dağılımda (veya dağılımlarda) şu özelliklerin var olması gerektiğini vurgulamıştır: 1) Dağılımların şekilleri düzgün (dikdörtgen) şekille normal dağılım arasında değişebilmeli, 2) dağılımlar bir ortalama değer etrafında simetrik olmama şartını da sağlamalı (pozitif veya negatif kayıklık durumları), 3) normal dağılımdan farklı olarak dağılımların alt ve üst sınır değerleri sabit olmalıdır. Bu çalışmanın ön hazırlığı aşamasında yapılan kaynak araştırmaları halen bu tür bir modelin araştırılması ve tespiti çabalarının yeterli olmadığını ortaya koymuştur. Ayrıca boyut değişimini değişik istatistiksel dağılım fonksiyonları ile ifade eden ve yayınlarında buna yer veren araştırmacılar bile günümüzdeki normal dağılıma dayanan klasik kalite kontrol metodunun kendi önerdikleri modellerin kullanılması halinde nasıl etkileneceği konusunu ele almamışlardır.

Bu çalışmanın ana gayesi endüstriden toplanan çeşitli parçaların boyut bilgilerini inceleyerek görülen değişimleri değişik istatistiksel dağılım fonksiyonları ile modellemek ve boyut ölçümlerini en iyi modelleyebilen (yansıtıcı) dağılım fonksiyonunu (modeli) tespit etmektir. Yazarlar tarafından yayınlanan diğer bir çalışmada ise bu çalışmada önerilen model için standart kalite kontrol prensipleri gözden geçirilmiş ve yeni öneriler sunulmuştur (Çoğun ve Kılınç, 1997).

## Yapılan Çalışmalar

### Boyut ölçümlerinin toplanması

Bu çalışmaya esas olan boyut ölçüm bilgilerinin (setlerinin) toplanmasında aşağıdaki esasların sağlanmasına önem verilmiştir: i) Ölçümlerin makina/ parça imalat sanayiinde tanınan ve imalatları geniş parça çeşitliliği gösteren ciddi işletmelerde yapılması, ii) ölçüm yapılacak parçaların farklı imal usullerine göre imal edilmiş olması, iii) ölçüm yapılacak parçaların kullanım alanlarının çeşitlilik göstermesi, iv) ölçüm yapılan parçaların boyut ve tolerans özelliklerinin çeşitlilik göstermesi. Ölçümlerdeki fabrika, parça, kullanım, boyut ve tolerans çeşitliliğine, neticelerde ölçüm benzerliklerinden doğabilecek kuşkuşların şimdiden giderilmesi ve geniş bir ölçüm yelpazesinde sonuçlara varılabilmesi gayesiyle gidilmiştir. Yukarıdaki esaslara uygun olarak şu fabrikalardan ve kaynaklardan (parantezlerde ölçüm setleri sayıları belirtilmiştir) toplam 89 ölçü seti toplanmıştır. HEMA Dişli Fabrikası (25 set), Ortadoğu Rulman Sanayi (ORS) (38 set), Makina Kimya Endüstrisi Kurumu (MKEK) (3 set), Konya Tetik Süpap Fabrikası (10 set), Askeri Elektronik Sanayi (ASELSAN) (3 set), E.M. Mansour (1960)'in makalesinde bahsedilen (8 set), J.R. He (1991)'in makalesinde bahsedilen (2 set).

Fabrikalardan toplanan benzer nitelikteki bazı ölçüm setlerinin analizlerine tekrardan kaçınma amacıyla makalede yer verilmemiştir. Kullanılan ölçüm setleri ile ilgili fabrika adı, parça tanımı, kodu, anma ölçüsü, toleransı, örnek çapı, örnek sayısı, toplam ölçüm sayısı, kullanılan tezgah (ve/veya kodu), ölçüm aleti ve hassasiyeti bilgileri toplu olarak Tablo 1'de verilmiştir. Çeşitli yayınlarda boyut ölçüm setlerine yer verilmiş olmasına karşın bu çalışmada sadece Mansour (1960) ve He (1991)'ye ait toplam 3 set ölçüme yer verilmiştir. Diğer çalışmalarda bahsedilen setlerin bazılarının tanımlayıcı bilgilerinin yetersizliği ve bazılarının ise normal dağılım fonksiyonuna uygunluğu için özellikle ve özenle seçilmiş olması bu setlerin çalışmada yer almasını engellemiştir.

Ölçüm yapılan fabrikalar arasında imalat kalite kontrol departmanı (ünitesi) bulunan ve  $x$  ve  $\sigma$  (genellikle R) kontrol diyagramlarını kullanan işletmeler Hema ve ORS A.Ş.dir. ASELSAN, MKEK, Tetik Süpap A.Ş. işletmelerinde kalite kontrolü üretim sırasında rasgele zamanlarda yapılan parçaların boyut ölçümü yapılarak sürdürülmekte ancak kalite kontrol diyagramları oluşturulmamaktadır. Çalışmada kullanılan ölçüm setlerinde ölçü değerleri 0.07 mm ile 117 mm arasında, toleranslar ise  $\pm 0.001$  mm ile  $\pm 0.25$  mm arasındadır. Boyut ölçümleri hassasiyetleri farklı

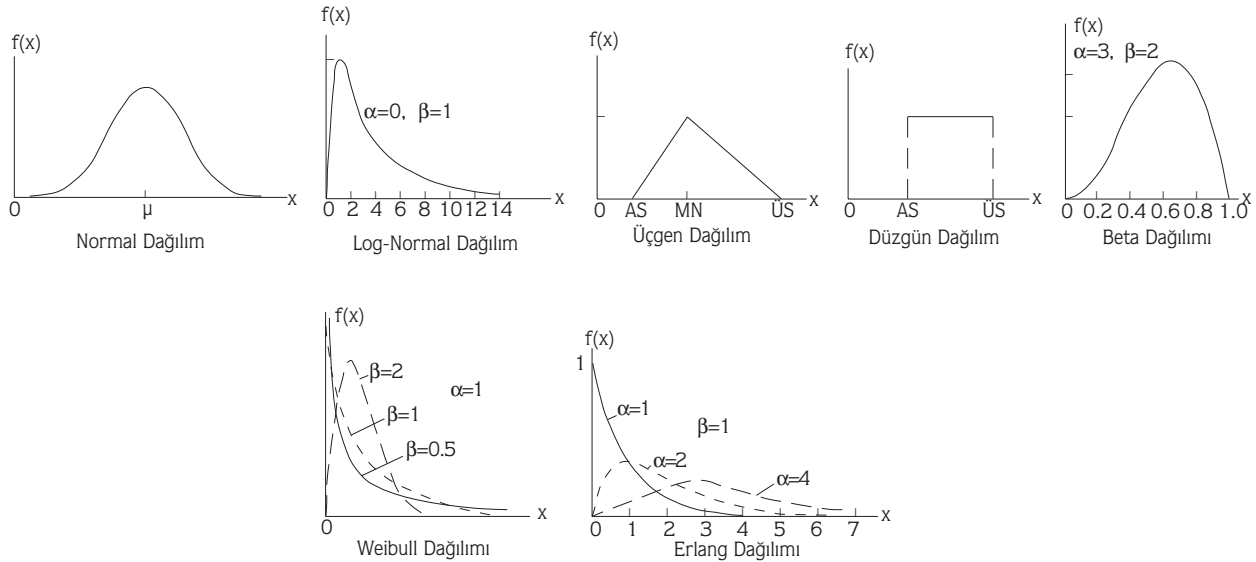
Tablo 1. Çalışmada Kullanılan Ölçüm Setleri İle İlgili Bilgiler

Örneklem Kodu	Tanımı	Kaynağı	İmalat Yöntemi	Parça Fabrika Kodu	Tezgaah Kodu	Anma Ölçüsü- Ölçü Limitleri AÖL/ÜÖL (mm veya inç)	Örneklem Büyüklüğü	Örnek Sayısı	Ölçüm Setindeki Toplam Ölçüm	Ölçme Aleti	Ölçme Hassasiyeti (mm)
TAMIF.HMA	475 Massey Ferguson Motor şanzuman çıkış flanşı	HEMA Dişli	Taşılama	HD22203		53.955/53.995	5	9	45	Mikrometre	0.001
TAM2F.HMA	Şanzuman çıkış flanş boyu	"	"	"		28.53/28.63	5	9	45	"	0.01
FRTSD.HMA	Arka tahrik şaftı diş kalınlığı	"	Freze	886548M	F0510403	6.82/6.86	5	25	125	"	0.01
TOISD.HMA	4 kollu istavroz düzlemlikleri	"	Tornalama	E38289	HD10202	0.07	5	24	120	Komparatör	0.01
TOKMÇ.HMA	FIAT kuyruk milli çıkış şaftı	"	"	4950933	HD10156	37.25/37.45	5	15	75	Mikrometre	0.01
TAPDK.HMA	Şanz.priz direk mili keçe çapı	"	Taşılama	HD20101		39.662/39.713	5	10	50	"	0.001
TARID.ORS	6000 serisi rulman dış bilezik çapı	ORS.A.Ş.	"	4066	25203	26.000 <sup>+0.001</sup>	5	20	100	"	0.001
TAR3D.ORS	6308 serisi rulman dış bilezik çapı	"	"	2204	25202	90.000 <sup>-0.002</sup>	5	20	100	"	0.001
TAR6Y.ORS	6002 serisi rulman iç bilezik yuvarlanma yolu	"	"	4110	300	13.238 <sup>+0.007</sup>	5	20	100	Komparatör	0.001
TAR2E.ORS	6307 serisi rulman dış bilezik en ölçüsü	"	"	4106	025101	21.000 <sup>-0.020</sup>	5	20	100	Mikrometre	0.001
TOR4C.ORS	6202 rulman serisi dış bilezik iç çapı	"	Torna	4217	SHIWBAW	29.00 <sup>+0.10</sup>	5	18	87 *	"	0.01
TOREN.ORS	6202 seri rulmanın dış bilezik en ölçüsü	"	"	4216	MST501	11.60 <sup>+0.15</sup>	5	16	80	"	0.01
TAEKB.TS	UAZ motor eksoz supap boyu	Tetik Supap	Taşılama			117 <sup>-0.022</sup>	3	10	30	"	0.001
TAEMO.TS	UAZ motor emme supapı başı oturma yüzeyi	"	"			4.32 <sup>+0.25</sup>	3	11	32 *	"	0.01
TAEKM.TS	UAZ motor eksoz supapı mil bölgesi çapı	"	"			8.93 <sup>-0.009</sup>	3	11	33	"	0.001
DESA1.ASE	Selenoid orta aksı delik yüzey mesafesi (++)	ASELSAN	"			+0.125 <sup>+0.010</sup>	5	14	70	"	0.001
DESA2.ASE	Selenoid orta aksı (++)	"	"			+0.125 <sup>+0.010</sup>	5	28	140	"	0.001
DESA3.ASE	Selenoid orta aksı (++)	"	"			+0.425 <sup>+0.010</sup>	5	14	70	"	0.001
GKT1C.MKE	Galvaniz kaplama tel	M.K.E.	Kaplama			2.00 <sup>+0.07</sup>	5	24	120	"	0.01
GKT2C.MKE	Galvaniz kaplama tel	"	"			2.50 <sup>+0.07</sup>	5	19	95	"	0.01
TAEMM.HE	Elektrik motoru mili (++)	He, 1991	Taşılama			A: 1.000 <sup>+0.002</sup>	-	-	72	"	0.001
TOSBB.MAN	Subab burcu (++)	Mansoor, 1964	Tornalama			B: 1.065 <sup>+0.005</sup>	-	-	300	"	0.005
DIYPB.MAN	Yağ pompası kapan boşluğu	Mansoor, 1964	Matkap			A: 0.3775 <sup>+0.005</sup>	-	-	240	"	0.005
						B: 3675 <sup>+0.005</sup>	-	-			

(++) : Ölçü birimi inç

AÖL/ÜÖL = Alt/Üst ölçü limiti

(\*) Son örnekte eksik sayıda ölçü alınmıştır.

(AS=Alt sınır; ÜS=Üst sınır; MN=Merkez noktası;  $\alpha, \beta$ =Parametreler)

Şekil 1. Çalışmada Kullanılan Dağılım Fonksiyonlarının Şekilleri.

mikrometrelerle (hassasiyetleri 0.01 mm, 0.001 mm, 0.005 inç ve 0.01 inç) ve komparatörlerle (hassasiyeti 0.001 mm ve 0.01 mm) fabrika kalite kontrol personeli tarafından yapılmıştır. Hema ve ORS'tan alınan setlerde örnek çapı 5, örnek sayısı ise imalatın büyüklüğüne göre 9 ile 25 arasındadır (Tablo 1).

#### Örnek setlerinin kodlanması

Çalışmada yer alan ölçüm setlerinin kısaca ve kolayca tanımlanabilmesi için bir kodlama sistemi geliştirilmiştir. Kod sistemindeki karakterlerin tanımı aşağıdaki gibidir.

Genel Kod Formatı: AABBC.DDD

AA: Parçanın işlem gördüğü tezgahın işlevi (TA:Taşlama, FR:Frezeleme, TO:Tornalama, DE: Delme GK: Galvaniz kaplama, DI:Delik işleme)

BB: İşlem gören parçanın kısaltılmış ad kodu (Örnekler: TS: Tahrik şaftı, KM: Kuyruk milli, R1:1. Rulman, R2:2. Rulman, EK: Eksoz subabı, EM:Emme subabı, SA: Selonoid orta aksı, T1:1. Tel, EM: Elektrik motoru, YP: Yağ pompası)

C: İşlem gören parça üzerinde ölçüm yapılan boyutun tanımı veya rakamsal adresi (Örnekler: F: Flanş (Ç75 Massey Ferguson motor şanzuman çıkış flanşı), D: Diş kalınlığı (arka tahrik şaftı diş kalınlığı), D: Düzlemlilik (4 kodlu istavroz düzlemliliği), O: Oturma yüzeyi (UAZ motor emme supapı başı oturma yüzeyi),1:1. bölge (sellenoid orta aksı delik yüzey mesafesi), 2:2. bölge)

DDD: İşletmenin kısaltılmış adı veya yazar soyadı (ASE: Aselsan A.Ş., MKE:MKE Kurumu, ORS: ORS A.Ş., HMA: Hema Dişli Fabrikası, TS: Konya Tetik Sübab Fabrikası, HE: J.R. He (1991), MAN: E.M. Mansour (1960))

#### Çalışmada kullanılan modeller

Çalışmanın "Giriş" bölümünde başka araştırmacılar tarafından boyut ölçümlerini modellemekte kullanılan istatistiksel dağılım fonksiyonlarından ("istatistiksel model" veya kısaca "model") bahsedilmiştir. Bu çalışmada ölçüm setlerinin frekans dağılımlarının ön incelenmesi mühendislik alanında yaygın kullanımları olan bazı diğer modellerin de denenmesi görüşünü kuvvetlendirilmiştir. Gerek şekilsel esneklik, gerekse mühendislik uygulamaları nedeniyle şu modeller çalışmada kullanılmıştır: i) Normal dağılım fonksiyonu, ii) lognormal dağılım fonksiyonu, iii) üçgen dağılım fonksiyonu, iv) düzgün dağılım fonksiyonu, v) Weibull dağılım fonksiyonu, vi) Erlang dağılım fonksiyonu, vii) Beta dağılım fonksiyonu.

Bu modellerden Weibull, Erlang, beta ve log-normal dağılımları model parametrelerine bağlı olarak hem simetrik hem de kayık olma (asimetrik) özelliklerini taşıyabilmektedir. Ölçüm setlerinin frekans dağılımlarının simetrik olmaması (bir ortalama etrafında simetrik olarak dağılmaması) bu dağılımların gereksinimini artırmaktadır. Bu modellerin dağılım fonksiyonları, model parametre değerleri ve hesaplanması, dağılım şekil değişimleri ve diğer bilgiler istatistik kitaplarının çoğunda yer aldığından burada verilmeyecektir. Ancak bu çalışmada önemli yer tutan beta modeli ile ilgili bazı bilgiler Ek.1 de verilmiştir. Modellerin dağılım fonksiyonlarının şekilleri Şekil 1'de sunulmuştur.

#### Ölçüm setlerinin normalleştirilmesi

Bu çalışmada önerilen Erlang, beta ve Weibull modelleri değişkenleri "0" dan başlar. Beta modeli 0 ile 1 arasında değişir. 0 ile 1 arasında düzgün yayılmayan değişkenlerde Beta modelinin parametreleri hesaplanamaz. Erlang dağılımında ise çok dar bir aralıkta yer alan değişkenler model parametrelerinin hesaplanmasını imkansız kılar. Weibull dağılımında dar aralıklarda model parametreleri hesaplanabilir, ancak parametrelerin isabetsizliği bilinen bir gerçektir. Bu nedenle beta, Erlang ve Weibull gibi önerilen yeni modellerin kullanılabilmesi için ölçü değerlerinin 0 ile 1 arasına yayılması (normalizasyon) gereklidir. Normalizasyon yapılan bir kümenin frekans dağılımında herhangi bir değişiklik olmaz. Normalizasyona tabi tutulmuş ölçüler diğer tip modellere de (normal, üçgen, düzgün, vb.) başarı ile uygulanabilir. Bir dağılımın değerlerinin 0 ile 1 arasına normalize edilmesi için ölçülen değerler aşağıdaki ifade ile normalleştirilir.

$$z_i = \frac{x_i - a}{b - a} \quad (1)$$

Burada a ölçüm seti içerisinde en küçük ölçü, b ölçüm seti içerisinde en büyük ölçü,  $x_i$  normalleştirilecek ölçüm değeri,  $z_i$   $x_i$  değerinin normalleştirilmiş değeridir.

Bu çalışmada toplanan tüm ölçü setleri standart kullanımları dışında ayrıca bu formül yardımıyla normalleştirilmiştir. Normalleştirilen ölçüm setlerinde Erlang, Weibull ve beta modelleri de denenebilmiştir. Tablo 1'de adları verilen setlerin normalleştirilmiş hallerinin ayırdedilebilmesi için tanımlayıcı kodun başına "Z" harfi ilave edilmiştir (Tablo 3).

#### Ki-kare ( $\chi^2$ ) uygunluk testinin çalışmada uygulanışı

Önerilen istatistiksel modellerin boyut ölçüm setlerini modellemekte gösterdiği uygunluğu denemek

için istatistiksel testler gereklidir. Deneysel frekans dağılımlarının teorik olarak öne sürülen istatistiksel olasılık yoğunluk fonksiyonları (modeller) ile gösterdiği uygunluğu saptamakta kullanılan en yaygın ve güvenilir yöntem ki-kare ( $\chi^2$ ) uygunluk testidir. Ki-kare testinin detaylı uygulaması çoğu istatistiksel analiz kitaplarında bulunabilir. Aşağıda yöntemin imalatla ilgili uygulaması kısaca özetlenmektedir:

(i) Ölçüm seti  $x^*$  (burada boyut ölçülerinden oluşan set genelde 5 ila 30 arasında eşit aralıklara ( $\lambda$ ) (intervals, cells) bölünür. Bu bölünmede esas her aralıkta en az 5 ölçümün bulunmasıdır. İmalatla ilgili uygulamalarda Ishikawa (1976) 50'nin altındaki ölçümler için frekans dağılımını 5-7, 50-100 arasındaki ölçümler için 6-10, 100-250 arasındaki ölçümler için 7-12, 250'nin üzerindeki ölçümler için 10-20 arasında aralığa bölmeyi önermektedir. Bu çalışmada da ölçüm setlerinin eşit aralıklara bölünmesinde bu esaslar kullanılmıştır.

(ii) Deneysel ölçüm setlerine uygunluğu denenecek olan istatistiksel dağılım  $F_0(x)$  seçilir (bu çalışmada bu dağılımlar normal, lognormal, üçgen, düzgün, Weibull, Erlang ve beta).

(iii) Seçilen dağılımın ( $F_0(x)$ ) parametreleri istatistiksel tahmin tekniklerine (statistical estimation techniques) göre yaklaşık olarak bulunur.

(iv)  $\chi^2$  değeri aşağıdaki formüle göre hesaplanır:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^l \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (2)$$

Burada  $\lambda$  aralık sayısı,  $O_i$  i'nci aralıktaki tespit edilen (observed) ölçü sayısı (frekans),  $E_i$  ise  $F_0(x)$  fonksiyonunun i'nci aralığındaki teorik (beklenen) ölçü sayısı (frekans)'dır. İstatistiksel teoride  $\chi^2$  değeri serbestlik derecesine ( $\nu$ ) bağlı olarak ki-kare dağılımı davranışı gösterir. Serbestlik derecesi ise aşağıdaki eşitlikten bulunur:

$$\nu = k - 1 \quad (3)$$

Burada  $k$  denenen modelin ( $F_0(x)$ ) parametre sayısı,  $\nu$  ise  $\chi^2$  dağılımının serbestlik derecesidir.  $\nu$  değeri üçgen dağılımda 3, diğer kullanılan dağılımlarda 2'dir.

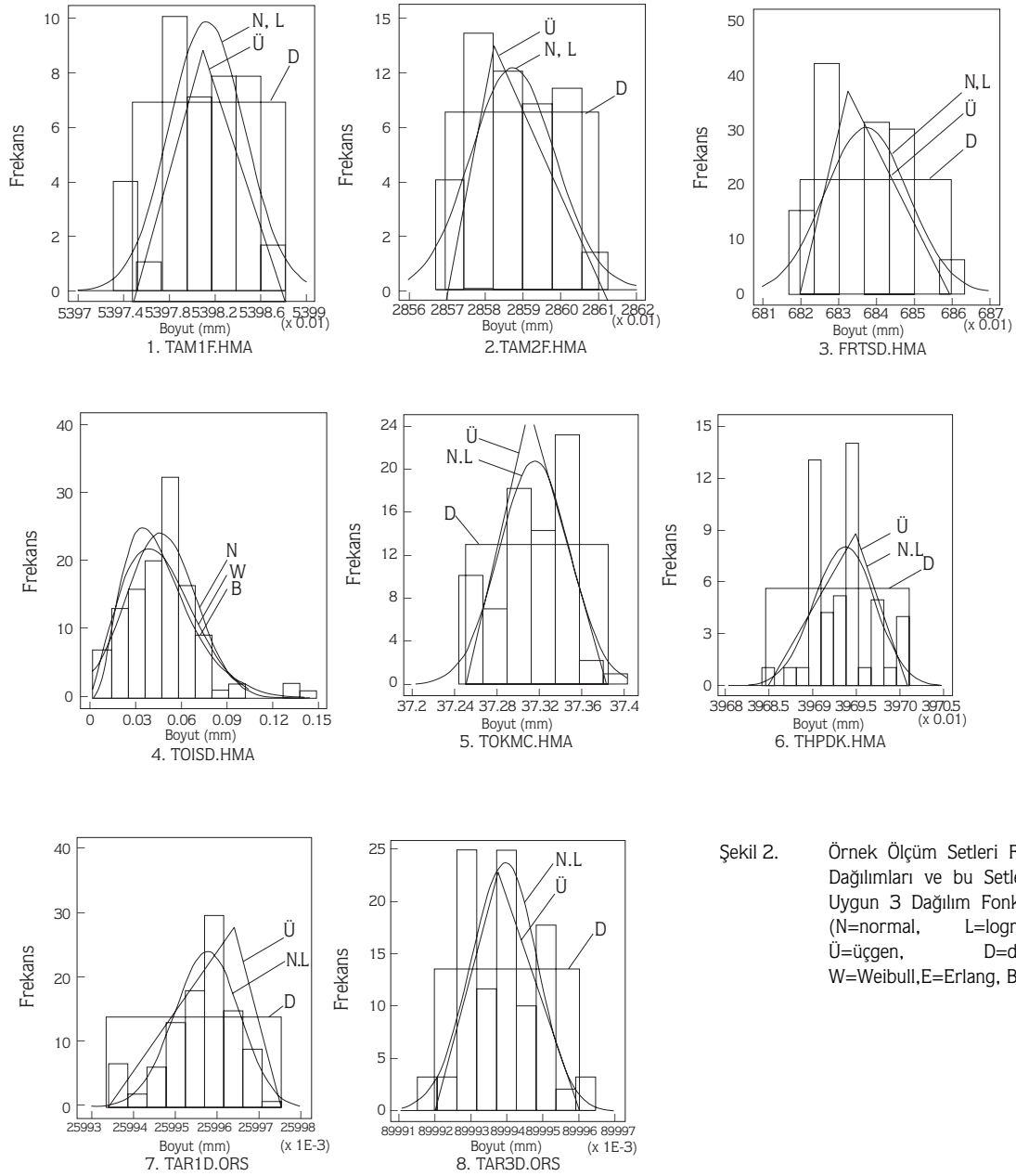
(v)  $\chi^2$  değeri deneysel ölçüm seti ile teorik modelin uygunluğunu gösterir. Küçük  $\chi^2$  değerleri daha üstün uygunluğu gösterir. Standart  $\chi^2$  tablolarında, serbestlik derecesine ( $\nu$ ) karşılık gelen  $\chi^2$  değerine göre önem seviyesi ( $\alpha$ ) (level of significance) bulunur.  $\alpha$ 'nın büyük değerleri daha üstün uygunluğu gösterir. Eğer kritik bir önem seviyesine ( $\alpha_c$ ) göre model deneniorsa bu  $\alpha_c$  değerine karşılık gelen kritik ki-kare değeri ( $\chi_c^2$ ) ile modelden elde edilen  $\chi^2$  değeri

karşılaştırılır.  $\chi_c^2 \geq \chi^2$  değeri sağlanırsa model belirtilen önem seviyesi için testi geçmiş sayılır. Eğer aynı deneysel set için farklı iki model ( $F_{01}(x)$  ve  $F_{02}(x)$ ) denenirse aynı serbestlik derecesi için küçük  $\chi^2$  değeri veren model (yani büyük  $\alpha$ ) deneysel sete daha uygun demektir.

Bu çalışmada her ölçüm seti için aynı serbestlik derecesinde normal, lognormal, üçgen, düzgün, Weibull, Erlang ve beta fonksiyonları (modelleri) nin  $\chi^2$  testi yapılmış ve her denenen model için  $\alpha$ 'ler bulunmuştur. Çalışmada ölçüm setlerinin bahsedilen modeller için  $\chi^2$  testi kullanılarak denemesi STATGRAF (Statistical Graphics System by Statistical Graphics Corporation (STSC Inc.) - Plus Ware Product., ver. 5.0) hazır yazılımı kullanılarak yapılmıştır.

## Sonuç ve Tartışma

Tablo 1'de verilen 23 ölçüm setinde önce normal, log-normal, düzgün, üçgen, Weibull modelleri denenmiştir. Erlang ve beta dağılımlarının uygunluğu sadece 0-1 değerleri arasında sınırlı olan TOISD.HMA ölçüm setleri için denenebilmiştir. Yine 0-1 değerleri arasında olup da beta ve Erlang model parametreleri hesaplanamayan dağılımlar ise DESA1.ASE, DESA2.ASE, DESA3.ASE, TAEMM.HE, TDSBB.MAN ve DIYPB.MAN'dır. Bu ölçüm setlerinin değerlerinin birbirlerine çok yakın olması, model parametrelerinin hesaplanmasında kullanılan "model parametreleri tahmin fonksiyonlarının" (model parameter estimators) yetersiz kalmasına neden olmuştur. Buna karşın aynı ölçüm setleri için Weibull modeli parametrelerinin tahmini mümkün olmuştur. Tablo 2'de 23 set için uygulanan modeller ve her model için hesaplanan model parametreleri, aralık sayıları ( $\lambda$ ), modelin parametre sayısı ( $k$ ), serbestlik derecesi ( $\nu$ ),  $\chi^2$  değeri, önem seviyesi ( $\alpha$ ) verilmiştir. Tablonun en son kolonunda ise  $\chi^2$  uygunluk testi kullanıldığında her ölçüm seti için bulunan  $\alpha$  değerine göre model uygunluk sıralaması verilmiştir. Örneğin Tablo 2'de TAM1F.HMA ölçüm seti için N, L, D, Ü<sup>+</sup> sıralaması verilmiştir. Bu sıralamaya göre bu ölçüm setiyle en üstün uygunluğu gösteren model Normal (kısaca N) dağılımdır. 4. sırada bulunan Ü<sup>+</sup> ise üçgen modelini belirtmektedir. Üçgen modelin yanındaki + işareti  $\alpha$  değerinin 0,05'den küçük olduğunu göstermektedir. Bu set için normal dağılımın  $\alpha$  değeri 0,564, log-normal dağılımı için aynı, düzgün dağılım için 0,156 ve üçgen dağılım için 0,042'dir. Tablo 2'de verilen ölçüm setleri ve ki-kare testine göre uygunluğu hesaplanan en iyi 4 modelin dağılım fonksiyonları için örnekler Şekil 2'de verilmiştir. Şekil 2'de ölçüm setleri frekans dağılımları



Şekil 2. Örnek Ölçüm Setleri Frekans Dağılımları ve bu Setlere En Uygun 3 Dağılım Fonksiyonu (N=normal, L=lognormal, Ü=üçgen, D=düzgün, W=Weibull, E=Erlang, B=beta)

üzerine Tablo 2’de verilen model değişkenleri değerlerine uygun olarak ve STATGRAF yazılım paketi tarafından çizilen fonksiyonlardan hangisinin en üstün uygunluğu gösterdiğini gözle tespit mümkün değildir. Burada  $\chi^2$  uygunluk testinin önemi bir daha vurgulanmaktadır.

Ki-kare testleri sonucunda elde edilen gözlem ve ön sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

1) 23 ölçüm setinde en üstün uygunluk gösteren normal dağılım fonksiyonudur. 23 ölçüm setinden 14’ünde normal model en üstün uygunluk değerini

göstermiştir. Bu 14 ölçüm setinin 7’sinde gerek normal model gerekse diğer modeller için önem seviyesi 0,05’ten küçüktür.

2) Log-normal model 15 ölçüm setinde normal dağılım ile aynı uygunluğu vermiş, 5 ölçüm setinde ise normal modelden daha üstün uygunluk (daha yüksek ÖS) göstermiştir. 2 ölçüm seti içinde normal modelden daha kötü uygunluk göstermiştir. Yani 23 ölçüm setinin 14’ünde normal modelle aynı değere sahip olarak, 5 ölçüm setinde normal modelden daha üstün uygunluk göstererek toplam 19 ölçüm setinde en uygun model olmuştur. Bu üstünlük log-normalin

normale göre sola kayıklıkları daha kolay modelleyebilmesindedir.

3) Düzgün model 3 ölçüm setini en uygun modelleyen dağılım fonksiyonu olup genel uygunluk sıralamasında 3. ve 4. sıradadır. En uygun olduğu 3 ölçüm seti dışında düzgün dağılım genelde normal ve log-normal dağılımdan ve üçgen dağılımdan sonra yer almıştır (16 ölçüm setinin 11'inde).

4) Üçgen dağılım sadece 1 ölçüm setinde en uygun model sıralamasında 1. olabilmektedir. Diğer setlerin tamamında 3. ve 4. sırada uygunluk göstermiştir.

5) 23 ölçüm setinin sadece 7'sinde Weibull model parametreleri hesaplanabilmiş ve  $\chi^2$  testi uygulanabilmektedir. Bu 7 setin birinde 2. sırada 3'ünde ise 4. uygunluk sıralamasında yer almıştır.

Bu yapılan analiz neticesinde alınan ölçüm setleri için en üstün uygunluğu veren modeller normal ve lognormaldir. Lognormal model bazı ölçüm setlerinde normalden de üstün uygunluk gösterdiğinden 23 set için en üstün uygunluk veren model olarak kabul edilebilir. Düzgün model ise lognormal ve normal modelden sonra ölçüm setlerini modelleyebilecek uygun model olarak kabul edilebilir.

Yapılan analizde ölçüm setlerinin değerlerinin normalleştirilmemiş olması Erlang, beta ve Weibull modellerinin analiz dışına itilmesine sebebiyet vermiştir. Bu nedenle 23 ölçüm seti önceden verilen genel esasa göre normalleştirilmiştir. Normalleştirme esasları doğrultusunda 23 ölçüm setinin her dağılım fonksiyonu için model parametreleri, aralık sayıları ( $\lambda$ ), model parametrelerinin sayısı (k),  $\chi^2$  değeri, önem seviyesi (ÖS) ve modellerin uygunluk sıralaması Tablo 3'de verilmiştir. En uygun ilk 4 modelin normalleştirilmiş ölçüm setlerinin frekans dağılımı üzerinde çizilmesi ile ilgili örnekler Şekil 3'te verilmiştir. Tablo 2 ve Tablo 3'teki uygunluk sıralaması incelendiğinde normalleştirilme sonucu elde edilen uygunluk sıralamasında Beta, Erlang ve Weibull dışındaki modeller genelde diziliş sıralamasındaki eski görelî (relatif) yerlerini korumuşlardır. Örneğin TAM1F.HMA ölçüm seti ile ZTAM1F.HMA normalleştirilmiş ölçüm setinde normal, düzgün ve üçgen dağılımların uygunluk sıralaması değişmemiş, ancak beta dağılımı sıralamaya girmiştir. Normalleştirilmiş ölçüm setleri için modellerin uygunluk testleri  $\chi^2$  uygunluk testinin sonuçlarına göre şu şekilde özetlenebilir:

1) ZFRTSD.HMA ve ZTARGY.ORS ölçüm setlerinde hesaplanan ÖS değerleri ilk model için  $10^{-6}$  ve ikinci model için  $10^{-15}$  mertebesinde. Bu kadar küçük ÖS değerlerinde karşılaştırma yapılmasının sağlıklı ve güvenilir olamayacağı düşüncesiyle bu 2

normalleştirilmiş ölçüm seti değerlendirme dışı bırakılmıştır.

2) 21 normalleştirilmiş ölçüm setinin 16'sında beta dağılım fonksiyonu en üstün uygunluğu vermiştir. Bu 16 normalleştirilmiş setin 5'inde önem seviyesi 0.05'ten küçüktür.

3) 21 normalleştirilmiş setin 3'ünde normal dağılım en uygun model olarak görünmektedir. Betanın uygun olduğu setlerde normal dağılım beta fonksiyonundan sonra 2'inci uygun model olarak sıralanmaktadır.

4) Beta ve normal dağılım dışında Weibull dağılımı ve üçgen dağılımı birer sette en uygun modeller olarak görünmektedir. Üçgen dağılımın en uygun görüldüğü ZTAPDK.HMA setinde ve Weibull dağılımın en üstün olduğu ZDIYPB.MAN setinde 2. en uygun model betadır.

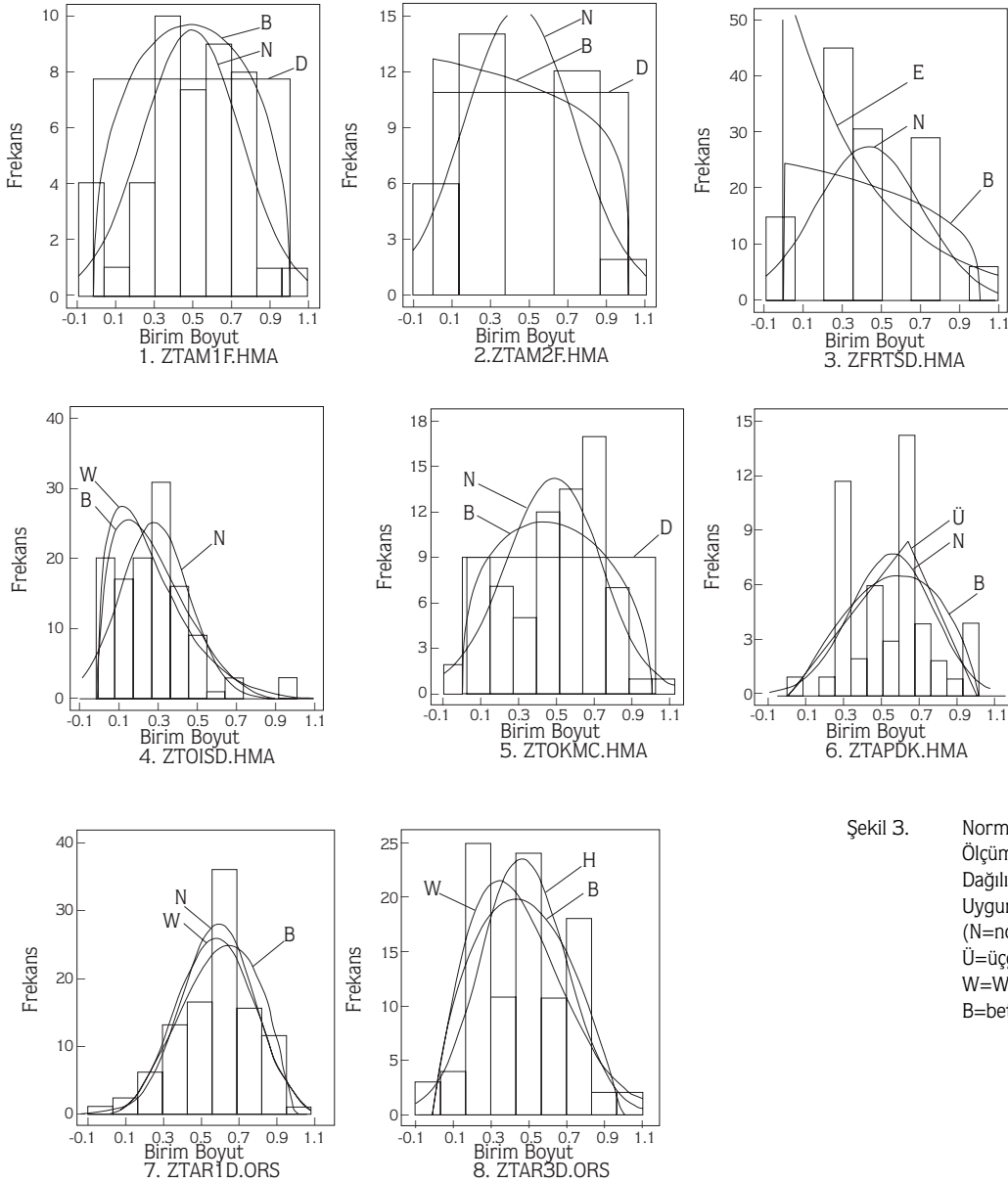
5) Erlang modeli normalleştirilmiş setlerde genelde zayıf uygunluk göstermektedir.

6) Weibull modeli erlang modelinden uygunluk açısından daha üstün görülmekle birlikte sıralamada yer aldığı 16 setin 14'ünde beta ve normal dağılımdan sonra yer alabilmektedir.

7) Üçgen ve düzgün dağılımlar uygunluk sıralamasında genelde 3. ve 4. sıralarda yer alabilmektedir. Sadece ZTAPDK.HMA ölçüm setinde üçgen dağılım en uygun dağılım fonksiyonu olarak görünmektedir.

8) Şekil 3 dikkatli olarak incelendiğinde ölçüm setlerindeki sağa veya sola kayıklığı en üstün olarak beta modeli yansıtabilmektedir.

Yukarıda yapılan analizler neticesinde beta dağılım fonksiyonunun normalleştirilmiş ölçüm setlerini normal dağılımdan ve diğer mühendislikte yaygın kullanılan dağılım fonksiyonlarından daha yüksek uygunlukla modellediği görülmüştür. Normalleştirilmenin frekans dağılımlarının şeklini değiştirmede ve sadece bir ölçük değiştirme işlemi olduğu düşünüldüğünde beta modelinin ölçüm setlerini en iyi modelleyen dağılım fonksiyonu olduğu açıktır. Beta modelin  $\alpha$ ,  $\beta$  model parametreleri dağılımın sağ veya sol kayıklığını belirlemekte bu da gerçek ölçüm setlerinin daha kolay modellenebilmesini sağlamaktadır. Erlang, Weibull gibi sağa-sola kayıkları yansıtabilme özelliği olan dağılımların alt sıralarda kalmalarının nedeni bu modellerin model parametrelerini hesaplamakta kullanılan model tahmin fonksiyonlarının beta fonksiyonundaki kadar isabetli değerler verememesidir. Düzgün ve üçgen dağılımlar ise tüm ölçüm setlerinde ancak 3. veya 4. uygunluk sırasında yer alabilmektedir.



Şekil 3. Normalleştirilmiş Örnek Ölçüm Setleri Frekans Dağılımları ve bu Setlere En Uygun 3 Dağılım Fonksiyonu (N=normal, L=lognormal, Ü=üçgen, D=düzgün, W=Weibull, E=Erlang, B=beta)

Kalite kontrol diyagramlarının oluşturulmasında kullanılan istatistiksel yaklaşımda normal modelin ana kullanım sebebi modelin parametrelerinin kolay kullanılabilmesi ve birçok bilim kolunda tanınmasıdır. Çalışmadan çıkarılan boyut ölçümlerinin beta modeli ile normalden daha üstün olarak modellenebildiği sonucu, günümüzde kullanılan kalite kontrolünün temellerini oluşturan normal modelin başka bir model ile değiştirilebileceği varsayımını da kuvvetlendirmektedir. Bu doğrultuda, normal dağılım modelinden üstünlüğü ortaya konan beta dağılım fonksiyonunun x kontrol diyagramlarının oluşturulmasında normal model yerine

kullanılabilmesi için gerekli düzenlemeler, öneriler ve örnek uygulamalar yazarların başka bir çalışmasında sunulmuştur (Çoğun ve Kılınc, 1997).

### Sonuç

Bu çalışmada endüstride kullanılan çeşitli makina parçalarının boyut ölçüm bilgileri istatistiksel olarak incelenmiştir. Bu ölçülerin frekans dağılımlarını en iyi ifade edebilecek istatistiksel olasılık yoğunluk fonksiyonunun (modelin) bulunması çalışmanın ana gayesidir.



Tablo 2. Ölçüm Setleri İçin İstatistiksel Modellerin Denenmesi (STATGRAF Yazılımı Kullanılarak)

Örneklem Kodu	Toplam Ölçüm Sayısı	BETA							NORMAL						
		Model Parametreleri		Ki-Kare Testi					Model Parametreleri		Ki-Kare Testi				
		$\alpha$	$\beta$	/	k	$\nu$	$\chi^2$	Ö.S.	x	s	/	k	$\nu$	$\chi^2$	Ö.S.
TAM1F.HMA	45								53.981	0.0033	6	2	3	2.03	0.564
TAM2F.HMA	45								28.587	0.0011	5	2	2	15.9	0.0003
FRTSD.HMA	125								6.837	0.010	7	2	4	75.3	1.66x10 <sup>-1</sup>
TOISD.HMA	120	3.82	78.65	8	2	5	16.1	0.006	0.046	0.023	8	2	5	5.52	0.354
TOKMC.HMA	75								37.312	0.0322	6	2	3	17.0	0.0007
TAPDK.HMA	50								39.693	0.0035	6	2	3	18	0.0004
TAR1D.ORS	100								25.996	0.00075	6	2	3	8.09	0.044
TAR3D.ORS	100								89.994	0.00091	7	2	4	25.5	3.9x10 <sup>-5</sup>
TAR6Y.ORS	100								13.23	0.0027	8	2	5	65.7	7.8x10 <sup>-1</sup>
TAR2E.ORS	100								20.973	0.0023	8	2	5	18.6	0.0023
TOR4C.ORS	87								29.063	0.016	7	2	4	6.98	0.136
TOREN.ORS	80								11.731	0.0847	6	2	3	26.8	6.5x10 <sup>-6</sup>
TAEKB.TS	30								116.991	7.5x10 <sup>-3</sup>	5	2	2	1.50	0.472
TAEMO.TS	32								4.367	0.149	5	2	2	1.25	0.536
TAEKM.TS	33								8.925	0.0042	5	2	2	0.5	0.779
DESA1.ASE	70	Model değişkenleri hesaplanamıyor							0.129	0.0019	6	2	3	5.84	0.119
DESA2.ASE	140	Model değişkenleri hesaplanamıyor							0.130	0.0039	7	2	4	13	0.011
DESA3.ASE	70	Model değişkenleri hesaplanamıyor							0.428	0.0024	7	2	4	10.2	0.038
GKT1C.MKE	120	Model değişkenleri hesaplanamıyor							2.006	0.0298	7	2	4	30.5	3.8x10 <sup>-6</sup>
GKT2C.MKE	95	Model değişkenleri hesaplanamıyor							2.501	0.032	6	2	3	1.64	0.65
TAEMM.HE	72	Model değişkenleri hesaplanamıyor							0.228	0.0050	8	2	5	4.76	0.444
TOSBB.MAN	300	Model değişkenleri hesaplanamıyor							0.011	9.7x10 <sup>-4</sup>	9	2	6	15	0.0205
DIYPB.MAN	240	Model değişkenleri hesaplanamıyor							0.00625	0.00107	9	2	6	10.2	0.116

Tablo 2. (devam-1)

Örneklem Kodu	Toplam Ölçüm Sayısı	LOG-NORMAL							WEIBULL						
		Model Parametreleri		Ki-Kare Testi					Model Parametreleri		Ki-Kare Testi				
		x	s	/	k	$\nu$	$\chi^2$	Ö.S.	$\alpha$	$\beta$	/	k	$\nu$	$\chi^2$	Ö.S.
TAM1F.HMA	45	53.981	0.0033	6	2	3	2.03	0.564							
TAM2F.HMA	45	28.587	0.0011	5	2	2	15.93	0.0003							
FRTSD.HMA	125	6.837	0.010	7	2	4	75.23	1.8x10 <sup>-15</sup>							
TOISD.HMA	120	0.0471	0.0276	8	2	5	23.04	0.0003	2.117	0.052	8	2	5	14.35	0.013
TOKMC.HM	75			6	2	3	17.04	0.00069							
TAPDK.HMA	50	39.693	0.0035	6	2	3	17.98	0.0004							
TAR1D.ORS	100	25.9958	0.00075	6	2	3	8.09	0.044							
TAR3D.ORS	100			7	2	4	25.53	3.9x10 <sup>-5</sup>							
TAR6Y.ORS	100	13.23	0.0027	7	2	4	17.23	0.0017							
TAR2E.ORS	100			8	2	5	18.62	0.0023							
TOR4C.ORS	87	29.063	0.016	7	2	4	6.99	0.136							
TOREN.ORS	80	11.731	0.0847	6	2	3	27.18	5.3x10 <sup>-6</sup>							
TAEKB.TS	30	116.991	7.5x10 <sup>-3</sup>	5	2	2	1.50	0.472							
TAEMO.TS	32	4.367	0.149	5	2	2	0.500	0.778							
TAEKM.TS	33	8.925	0.0042	5	2	2	0.500	0.778							
DESA1.ASE	70	0.129	0.0019	6	2	3	5.90	0.116	70.124	0.130	6	2	3	8.11	0.043
DESA2.ASE	140	0.130	0.0039	7	2	4	13.21	0.0102	38.60	0.132	6	2	3	18.19	0.0004
DESA3.ASE	70	0.428	0.0024	7	2	4	10.26	0.036	195.11	0.429	7	2	4	11.42	0.022
GKT1C.MKE	120	2.0055	0.0299	7	2	4	30.74	3.4x10 <sup>-6</sup>							
GKT2C.MKE	95	2.501	0.032	6	2	3	1.54	0.67							
TAEMM.HE	72	0.228	0.0050	8	2	5	4.51	0.477	45.84	0.2307	9	2	6	16.68	0.01
TOSBB.MAN	300	0.011	9.7x10 <sup>-4</sup>	10	2	7	11.86	0.105	11.741	0.011	9	2	6	26.47	0.00018
DIYPB.MAN	240	0.00625	0.00107	9	2	6	10.55	0.103	6.020	0.00671	9	2	6	54.43	6x10 <sup>-10</sup>

Tablo 2. (devam-2)

Örneklem Kodu	Toplam Ölçüm Sayısı	ÜNİFORM							ÜÇGEN							
		Model Parametreleri		Ki-Kare Testi					Model Parametreleri			Ki-Kare Testi				
		AS	ÜS	/	k	v	$\chi^2$	Ö.S.	AS	MN	ÜS	/	k	v	$\chi^2$	Ö.S.
TAM1F.HMA	45	53.975	53.988	6	2	3	5.21	0.156	53.975	53.981	54	5	3	1	4.10	0.042
TAM2F.HMA	45	28.57	28.61	5	2	2	7.78	0.0203	28.57	28.582	28.6	5	3	1	12.01	0.0005
FRTSD.HMA	125	6.82	6.86	7	2	4	78.13	$4 \times 10^{-6}$	6.82	6.832	6.86	7	3	3	124.86	$1 \times 10^{-17}$
TOISD.HMA	120	0.01	0.14	8	2	5	158.2	0.0	0.01	0.04	0.14	9	3	5	97.61	0.00
TOKMC.HMA	75	37.25	37.38	6	2	3	21.68	$7 \times 10^{-5}$	37.25	37.307	37.4	6	3	2	31.505	$1 \times 10^{-7}$
TAPDK.HMA	50	39.685	39.701	6	2	3	30.0	$1.3 \times 10^{-6}$	39.685	39.695	39.7	6	3	2	15.63	0.0004
TAR1D.ORS	100	25.9935	25.9975	7	2	4	49.62	$4.3 \times 10^{-10}$	25.9935	25.9965	26	6	3	2	7.94	0.018
TAR3D.ORS	100	89.992	89.996	7	2	4	35.46	$3.7 \times 10^{-7}$	89.992	89.9937	90	7	3	3	22.82	$4.4 \times 10^{-5}$
TAR6Y.ORS	100	13.233	13.243	8	2	5	47.07	$5.4 \times 10^{-9}$	13.233	13.2352	13.4	7	3	3	43.84	$1.6 \times 10^{-9}$
TAR2E.ORS	100	20.970	20.979	8	2	5	43.71	$2 \times 10^{-8}$	20.97	20.9702	21	8	3	4	19.91	$5 \times 10^{-4}$
TOR4C.ORS	87	29.02	29.10	7	2	4	27.57	$1.5 \times 10^{-5}$	29.02	29.0703	2.91	7	3	3	8.23	0.039
TOREN.ORS	80	11.5	11.9	6	2	3	43.8	$1.6 \times 10^{-9}$	11.5	11.793	11.9	6	3	2	23.21	$9 \times 10^{-6}$
TAEKB.TS	30	116.975	117.0	5	2	2	5.86	0.053	116.975	116.988	11.7	5	3	1	2.523	0.112
TAEMO.TS	32	4.15	4.62	5	2	2	2.43	0.296	4.15	4.331	4.62	5	3	1	9.37	0.002
TAEKM.TS	33	8.916	8.932	5	2	2	4.526	0.104	8.916	8.927	8.93	5	3	1	4.37	0.036
DESA1.ASE	70	0.125	0.134	6	2	3	15.99	0.001	0.125	0.130	0.13	6	3	2	5.41	0.066
DESA2.ASE	140	0.121	0.137	8	2	5	24.87	0.00015	0.121	0.133	0.14	7	3	3	16.29	0.001
DESA3.ASE	70	0.422	0.433	7	2	4	29.42	$6 \times 10^{-6}$	0.422	0.429	0.43	6	3	2	6.97	0.030
GKT1C.MKE	120	1.95	2.05	7	2	4	16.24	$2.7 \times 10^{-3}$	1.95	2.0165	2.05	7	3	3	61.42	$2.9 \times 10^{-1}$
GKT2C.MKE	95	2.40	2.57	7	2	4	36.86	$1.9 \times 10^{-7}$	2.40	2.533	2.57	6	3	2	11.95	0.0025
TAEMM.HE	72	0.22	0.24	8	2	5	14.20	0.014	0.22	0.224	0.24	8	3	4	9.28	0.054
TOSBB.MAN	300	0.009	0.014	10	2	7	134.3	0	0.009	0.0103	0.01	9	3	5	19.05	0.0018
DIYPB.MAN	240	0.004	0.009	9	2	6	120	0	0.004	0.00576	0.01	9	3	5	7.79	0.168

Tablo 2. (devam-3)

Örneklem Kodu	Toplam Ölçüm Sayısı	ERLANG							MODELLERİN UYGUNLUK SIRALAMASI
		Model Parametreleri		Ki-Kare Testi					
		$\alpha$	$\beta$	/	k	v	$\chi^2$	Ö.S.	
TAM1F.HMA	45	4	86.3	8	2	5	16.43	0.0057	N, L, D, Ü+
TAM2F.HMA	45								D+, N+, L+, Ü+
FRTSD.HMA	125								D+, N+, L+, Ü+
TOISD.HMA	120								N, W, B+, L+
TOKMC.HMA	75								N+, L+, D+, Ü+
TAPDK.HMA	50								N+, L+, Ü+, D+
TAR1D.ORS	100								N+, L+, Ü+, D+
TAR3D.ORS	100								N+, L+, Ü+, D+
TAR6Y.ORS	100								L+, Ü+, D+, N+
TAR2E.ORS	100								N+, L+, Ü+, D+
TOR4C.ORS	87								N, L, Ü+, D+
TOREN.ORS	80								N, D+, L+, Ü+
TAEKB.TS	30								N, L, Ü, D
TAEMO.TS	32								L, N, D, Ü+
TAEKM.TS	33	N, L, D, Ü+							
DESA1.ASE	70	N, L, Ü, D+							
DESA2.ASE	140	N+, L+, Ü+, D+							
DESA3.ASE	70	N+, L+, Ü+, W+							
GKT1C.MKE	120	D+, L+, N+, Ü+							
GKT2C.MKE	95	L+, N+, Ü+, D+							
TAEMM.HE	72	L, N, Ü, D+							
TOSBB.MAN	300	L, N+, Ü+, W+							
DIYPB.MAN	240	Ü, N, L, W+							

Tablo 3. Normalleştirilmiş Ölçüm Setleri İçin İstatistiksel Modellerin Denenmesi (STATGRAF Yazılımı Kullanılarak)

Örneklem Kodu	Toplam Ölçüm Sayısı	BETA							NORMAL						
		Model Parametreleri		Ki-Kare Testi					Model Parametreleri		Ki-Kare Testi				
		$\alpha$	$\beta$	/	k	$\nu$	$\chi^2$	Ö.S.	x	s	/	k	$\nu$	$\chi^2$	Ö.S.
ZTAM1F.HMA	45	1.445	1.472	5	2	2	1.101	0.576	0.495	0.252	5	2	2	1.185	0.552
ZTAM2F.HMA	45	1.00	1.179	4	2	1	0.569	0.450	0.444	0.281	4	2	1	0.52	0.217
ZFRTSD.HMA	125	1.00	1.298	7	2	4	90.34		0.434	0.273	7	2	4	74.81	
ZTOISD.HMA	120	1.492	3.896	7	2	4	14.14	0.007	0.276	0.177	8	2	5	20.44	0.001
ZTOKMC.HMA	75	1.388	1.546	8	2	5	13.65	0.020	0.476	0.252	7	2	4	11.58	0.020
ZTAPDK.HMA	50	2.234	1.896	7	2	4	15.64	0.0035	0.540	0.220	7	2	4	16.59	0.0023
ZTAR1D.ORS	100	3.316	2.297	6	2	3	7.36	0.068	0.580	0.190	6	2	3	6.88	0.068
ZTAR3D.ORS	100	1.834	2.068	7	2	4	15.66	0.0035	0.470	0.225	7	2	4	24.14	
ZTAR6Y.ORS	100	1.00	1.302	8	2	5	35.26		0.405	0.274	8	2	5	38.20	
ZTAR2E.ORS	100	1.00	2.00	8	2	5	13.16	0.022	0.306	0.235	8	2	5	14.40	0.013
ZTOR4C.ORS	87	2.556	2.150	6	2	3	2.297	0.513	0.543	0.208	6	2	3	3.276	0.350
ZTOREN.ORS	80	2.573	1.882	6	2	3	27.58		0.577	0.211	6	2	3	27.40	
ZTAEKB.TS	30	1.455	1	5	2	2	1.485	0.476	0.619	0.299	5	2	2	1.387	0.499
ZTAEMO.TS	32	1	1.15	5	2	2	0.936	0.626	0.461	0.317	5	2	2	1.66	0.435
ZTAEKM.TS	33	1.373	1.061	5	2	2	0.242	0.885	0.564	0.267	5	2	2	1.115	0.572
ZDESA1.ASE	70	2.34	2.15	6	2	3	2.23	0.525	0.522	0.213	6	2	3	5.91	0.115
ZDESA2.ASE	140	1.918	1.431	6	2	3	5.46	0.141	0.572	0.237	6	2	3	16.33	0.001
ZDESA3.ASE	70	2.548	1.945	7	2	4	8.60	0.071	0.567	0.211	7	2	4	5.40	0.248
ZGKT1C.MKE	120	1.15	1.00	8	2	5	6.57	0.254	0.546	0.299	9	2	6	14.75	0.022
ZGKT2C.MKE	95	3.39	2.29	7	2	4	8.69	0.069	0.596	0.189	7	2	4	6.45	0.167
ZTAEMM.HE	72	1.128	1.644	8	2	5	2.40	0.790	0.406	0.252	8	2	5	4.95	0.421
ZTOSBB.MAN	300	2.297	3.172	10	2	7	14.22	0.047	0.420	0.194	10	2	7	15.01	0.035
ZDIYPB.MAN	240	1.943	2.363	8	2	5	15.02	0.0102	0.451	0.216	9	2	6	31.69	

/ = aralık sayısı

 $\nu$  = Serbestlik derecesi

(+) : Ös değeri 0,05'ten küçük

Ö.S. = Önem seviyesi

\*\* : Çok küçük ÖS; karar verilmez.

k = parametre sayısı

Tablo 3. (devam-1)

Örneklem Kodu	Toplam Ölçüm Sayısı	LOG-NORMAL							WEIBULL						
		Model Parametreleri		Ki-Kare Testi					Model Parametreleri		Ki-Kare Testi				
		x	s	/	k	$\nu$	$\chi^2$	Ö.S.	$\alpha$	$\beta$	/	k	$\nu$	$\chi^2$	Ö.S.
ZTAM1F.HMA	45	1.563	8.440	5	2	2	32.54		1.313	0.518	5	2	2	4.69	0.095
ZTAM2F.HMA	45	2.065	20.996	4	2	1	12.82		0.972	0.441	4	2	1	5.49	0.019
ZFRTSD.HMA	125	1.684	13.339	7	2	4	318.53	0.00	1.034	0.437	7	2	4	107.21	0.00
ZTOISD.HMA	120			8	2	5	95.13	0	1.375	0.297	8	2	5	20.60	0.001
ZTOKMC.HMA	75	0.716	1.321	7	2	4	84.53	0	1.661	0.520	7	2	4	24.58	
ZTAPDK.HMA	50	0.722	0.901	7	2	4	43.42		2.382	0.597	7	2	4	29.41	
ZTAR1D.ORS	100	0.679	0.579	6	2	3	63.39		3.177	0.637	6	2	3	8.11	0.043
ZTAR3D.ORS	100	0.700	1.163	7	2	4	74.65		1.910	0.516	7	2	4	23.18	0.0001
ZTAR6Y.ORS	100	0.405	0.274	8	2	5	150.95	0	1.132	0.418	8	2	5	56.26	
ZTAR2E.ORS	100	1.786	30.89	7	2	4	140.43	0	0.735	0.273	7	2	4	48.99	
ZTOR4C.ORS	87	0.759	1.046	6	2	3	139.16	0	2.445	0.595	6	2	3	8.90	0.030
ZTOREN.ORS	80	1.638	6.978	6	2	3	282.8	0	1.761	0.608	7	2	4	58.23	
ZTAEKB.TS	30	1.066	2.32	5	2	2	39.18		1.775	0.674	5	2	2	3.26	0.195
ZTAEMO.TS	32	0.718	1.536	5	2	2	3.23	0.198	1.319	0.495	5	2	2	1.467	0.480
ZTAEKM.TS	33	0.893	1.656	5	2	2	9.77	0.008	1.900	0.617	5	2	2	1.505	0.470
ZDESA1.ASE	70	0.649	0.702	7	2	4	51.47		2.431	0.578	6	2	3	51.47	
ZDESA2.ASE	140	0.654	0.575	6	2	3	70.03		2.52	0.638	6	2	3	18.40	0.0003
ZDESA3.ASE	70	0.710	0.761	7	2	4	55.10		2.687	0.624	7	2	4	9.39	0.052
ZGKT1C.MKE	120	1.096	3.211	8	2	5	105.47	0	1.445	0.585	9	2	6	30.32	
ZGKT2C.MKE	95	0.814	1.007	7	2	4	112.95	0	2.964	0.648	7	2	4	10.44	0.033
ZTAEMM.HE	72	0.508	0.697	8	2	5	19.66	0.001	1.547	0.448	8	2	5	3.99	0.55
ZTOSBB.MAN	300	0.466	0.388	11	2	8	72.91		2.232	0.471	10	2	7	14.44	0.043
ZDIYPB.MAN	240	0.510	0.451	9	2	6	52.87		2.134	0.506	9	2	6	9.84	0.131

Tablo 3. (devam-2)

Örneklem Kodu	Toplam Ölçüm Sayısı	ÜNİFORM						ÜÇGEN								
		Model Parametreleri		Ki-Kare Testi				Model Parametreleri			Ki-Kare Testi					
		AS	ÜS	/	k	$\nu$	$\chi^2$	Ö.S.	AS	MN	ÜS	/	k	$\nu$	$\chi^2$	Ö.S.
ZTAM1F.HMA	45	0.001	0.999	5	2	2	1.35	0.508	0.001	0.486	1	5	3	1	2.33	0.126
ZTAM2F.HMA	45	"	"	5	2	2	3.98	0.136	"	0.333	"	5	3	1	13.49	
ZFRTSD.HMA	125	"	"	7	2	4	78.67		"	0.302	"	7	3	3	141.93	0.00
ZTOISD.HMA	120	"	"	8	2	5	110.79	0	"	0.25	"	8	3	4	63.97	
ZTOKMC.HMA	75	"	"	8	2	5	20.35	0.001	"	0.429	"	8	3	4	26.58	
ZTAPDK.HMA	50	"	"	7	2	4	21.26	0.0003	"	0.622	"	7	3	3	13.13	0.0043
ZTAR1D.ORS	100	"	"	6	2	3	65.26		"	0.74	"	6	3	2	10.18	0.006
ZTAR3D.ORS	100	"	"	7	2	4	36.17		"	0.410	"	7	3	3	23.88	
ZTAR6Y.ORS	100	"	"	8	2	5	48.46		"	0.215	"	8	3	4	105.13	
ZTAR2E.ORS	100	"	"	7	2	4	48.65		"	0.081	"	7	3	3	131.81	0
ZTOR4C.ORS	87	"	"	7	2	4	31.66		"	0.629	"	7	3	3	10.24	0.0165
ZTOREN.ORS	80	"	"	6	2	3	63.18		"	0.732	"	6	3	2	24.41	
ZTAEKB.TS	30	"	"	5	2	2	7.11	0.028	"	0.859	"	5	3	1	3.671	0.055
ZTAEMO.TS	32	"	"	5	2	2	2.348	0.309	"	0.384	"	5	3	1	8.98	0.0027
ZTAEKM.TS	33	"	"	5	2	2	4.13	0.126	"	0.692	"	5	3	1	3.88	0.048
ZDESA1.ASE	70	"	"	6	2	3	24.02		"	0.565	"	6	3	2	5.18	0.075
ZDESA2.ASE	140	"	"	6	2	3	51.99		"	0.717	"	7	3	3	16.97	0.0007
ZDESA3.ASE	70	"	"	6	2	3	21.02	0.0001	"	0.701	"	6	3	2	7.78	0.020
ZGKT1C.MKE	120	"	"	8	2	5	7.90	0.161	"	0.639	"	9	3	5	45.00	
ZGKT2C.MKE	95	"	"	8	2	5	48.71		"	0.790	"	8	3	4	21.35	
ZTAEMM.HE	72	"	"	7	2	4	10.45	0.033	"	0.221	"	8	3	4	9.13	0.057
ZTOSBB.MAN	300	"	"	10	2	7	241.20	0	"	0.260	"	11	3	7	61.18	
ZDIYPB.MAN	240	"	"	9	2	6	69.80		"	0.353	"	9	3	5	11.175	0.048

Tablo 3. (devam-3)

Örneklem Kodu	Toplam Ölçüm Sayısı	ERLANG							MODELLERİN UYGUNLUK SIRALAMASI
		Model Parametreleri		Ki-Kare Testi					
		$\alpha$	$\beta$	/	k	$\nu$	$\chi^2$	Ö.S.	
ZTAM1F.HMA	45	1	2.01	5	2	2	18.21		B, N, D, Ü
ZTAM2F.HMA	45	1	2.249	4	2	1	4.98	0.025	B, N, D, E+
ZFRTSD.HMA	125	1	2.303	7	2	4	75.74		**
ZTOISD.HMA	120	1	3.61	8	2	5	48.24		B+, N+, W+, E+
ZTOKMC.HMA	75	2	4.197	8	2	5	35.49		B=N, D+, Ü+
ZTAPDK.HMA	50	3	5.545	7	2	4	27.77		Ü+, B+, N+, D+
ZTAR1D.ORS	100	4	6.896	6	2	3	23.16		B=N, W+, Ü+
ZTAR3D.ORS	100	2	4.255	7	2	4	40.34		B+, W+, Ü+, N+
ZTAR6Y.ORS	100	1	2.468	8	2	5	67.09		**
ZTAR2E.ORS	100	1	3.26	8	2	5	25.63	0.0001	B+, N+, E+, W+
ZTOR4C.ORS	87	3	5.523	7	2	4	39.78		B, N, W+, Ü+
ZTOREN.ORS	80	1	1.731	7	2	4	234.18	0	B+, N+, Ü+, W+
ZTAEKB.TS	30	2	3.22	5	2	2	10.55	0.005	N, B, W, Ü
ZTAEMO.TS	32	-	-	5	2	2	2.29	0.317	B, N, W, E
ZTAEKM.TS	33	2	3.544	5	2	2	3.76	0.152	B, N, W, E
ZDESA1.ASE	70	3	5.747	6	2	3	35.87		B, N, Ü, D+
ZDESA2.ASE	140	3	5.238	6	2	3	70.39		B, N+, Ü+, W+
ZDESA3.ASE	70	3	5.289	7	2	4	38.04		N, B+, W+, Ü+
ZGKT1C.MKE	120	1	1.829	9	2	6	85.07		B, D, N+, W+
ZGKT2C.MKE	95	3	5.027	7	2	4	38.04		N, B, W+, Ü+
ZTAEMM.HE	72	2	4.914	8	2	5	6.109	0.295	B, W, N, E
ZTOSBB.MAN	300	3	7.142	10	2	7	29.60	0.0001	B+, W+, N+, E
ZDIYPB.MAN	240	3	6.648	10	2	7	13.57	0.059	W, E, Ü+, B+

Endüstriden ve yayınlanan kaynaklardan toplanan 23 ölçüm setine STATGRAF hazır paket yazılımı ile ki-kare uygunluk testi uygulanmış ve normal dağılım fonksiyonunun üstünlüğü görülmüştür. Ancak, ölçüm setlerinin normalleştirilmesi ile Erlang, Weibull ve beta gibi 0-1 değerleri arasında değişim gösteren ve mühendislikte uygulamaları olan esnek modellerin kullanımı da mümkün olmuş ve normalleştirilmiş ölçüm setleri ile tekrarlanan ki-kare testlerinde beta dağılımının ölçüm setlerinin yaklaşık olarak tamamında normal modelden daha üstün uygunluk gösterdiği gözlenmiştir. Normalleştirme işleminin sadece dağılımlarda bir ölçek değiştirme işlemi olduğu düşünüldüğünde betanın boyut ölçüm dağılımlarını günümüzde kullanılan normal dağılım fonksiyonundan daha üstün modellediği sonucuna varılmıştır. Beta dağılımının sağa veya sola kayıklığı kolaylıkla modelleyebilmesi ve ölçüm setlerinde kayıklığın genelde varolması bu modelin ana üstünlük sebebidir. Beta parametrelerinin ( $\alpha$  ve  $\beta$ ) hesaplanmasında kullanılan tahmin fonksiyonlarının (estimators) diğer esnek modellerden (özellikle Erlang ve Weibull'dan) daha gerçeğe yakın değerler vermesi beta modelinin diğer bir üstünlüğüdür. Boyut ölçüm setlerinin modellenmesinde betanın normal modelden üstün olduğu sonucundan gidilerek, klasik kalite kontrolde yaygın kullanılan kontrol diyagramlarında normal model yerine beta modelinin kullanılabilmesi olasılığında kuvvetlenmektedir.

### Ek 1 Beta Dağılımı

0 ile 1 arasında değer alan bu dağılımın fonksiyonu

$$F(x) = \left\{ \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha) \cdot \Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} \text{ o } \langle x \langle 1, \alpha \rangle 0, \beta \rangle 0 \right\} \quad (4)$$

formundadır. Beta dağılımının ortalaması ( $\mu$ ) ve varyans ( $\sigma^2$ ) aşağıdaki gibidir.

$$\mu = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad (5)$$

### Kaynaklar

- Bain, L.J., Statistical Analysis of Reliability and Life Testing, Marcel Dekker, New York, 1978.
- Bennet, G., "The Application of Probability Theory to the Allocation of Engineering Tolerances", Doktora Tezi, University of New South Wales, Avustralya, 1964.
- Bjorke, Q., Computer Aided Tolerancing, Tapir Publishers, Trondheim, Norveç, 1978.

### Semboller Tablosu

a	normalleştirilecek setteki en büyük değer
b	normalleştirilecek setteki en küçük değer
k	dağılım parametre sayısı
x	ölçüm değeri
x*	ölçüm seti
x <sup>2</sup>	ki-kare değeri
x <sub>c</sub> <sup>2</sup>	kritik ki-kare değeri
x <sub>i</sub>	normalleştirilecek ölçüm değeri
Z <sub>i</sub>	x <sub>i</sub> değerinin normalleştirilmiş değeri
O <sub>i</sub>	i'nci aralıktaki tespit edilen (observed) ölçü sayısı
E <sub>i</sub>	F <sub>0</sub> (x) fonksiyonunun i'nci aralığındaki teorik (beklenen) ölçü sayısı
F <sub>0</sub> (x)	dağılım fonksiyonu
ÖS	önem seviyesi
$\alpha$	beta fonksiyonu parametresi
$\beta$	beta fonksiyonu parametresi
/	aralık sayısı
v	serbestlik derecesi
$\mu$	ortalama değeri
$\sigma$	standart sapma

$$\sigma^2 = \frac{\alpha \cdot \beta}{(\alpha + \beta)^2 (\alpha + \beta + 1)} \quad (6)$$

$\alpha=1$  ve  $\beta=1$  için 0 ile 1 arasında tanımlanan uniform dağılımın özel bir şekli (normal dağılım benzeri) elde edilir.  $\alpha=3$  ve  $\beta=2$  için beta dağılımı Şekil 1'de görülmektedir. 21 den küçük ve büyük sayılı ölçümler için  $\alpha$  ve  $\beta$  değerlerinin tespitinde kullanılan tahmin fonksiyonları detaylı olarak Ishikawa'nın (1976) çalışmasında sunulmuştur.

- Burr, I.W., "Some Theoretical and Practical Aspects of Tolerances for Mating Parts", Quality Control, 15, 18, 1958.
- Bury, K.V., "Statistical Models in Applied Science", John Wiley, New York, 1975.
- Cooke, P., "Statistical Inference For Bounds of Random Variables", Biometrika, 66, 367-374, 1979.
- Crafts, J.W., "Assembly Tolerance Problem", Engineer (London), 206, 918-928, 1952.

Çoğun, C. ve Kılınç, B., "The Adoption of Beta Model Based Control Charts to Quality Control", Int. Conf. and Exh. on Des. and Prod. of Dies and Molds, İstanbul, 375-380, Haziran 1997.

Doyle, L.E., "Statistical Aids for Tool Engineers", Tool Engineer, 26, (1), 1951.

Fortini, E.T., "Dimension Control in Design", Machine Design, 28(28), 82-89, 1956.

Fortini, E.T., Dimensioning For Interchangeable Manufacture, Industrial Press Inc., New York, 1967.

Gibson, J., A New Approach to Engineering Tolerances, The Machinery Publishing Co. Ltd., Brighton and London, 1951.

Gladman, C.A., "Techniques For Applying Probability to the Tolerancing of Machined Dimensions", C.S.I.R.D. Australian Stds. Lab. Tech. Paper No.11, 1959.

Gladman, C.A., "Applying Probability in Tolerance Technology", The Institution of Engineers, Australia, 5, (2), 82-88, 1980.

He, J.R., "Computer Aided Dimensioning and Tolerancing for Process Operation Planning", Doktora Tezi, University of New South Wales, Australia, 1989.

He, J.R., "Tolerancing For Manufacturing Via Cost Minimization", Int. J. Mach. Tools Manufact., 31, (4), 455-470, 1991.

He, J.R., "Estimating the Distributions of Manufactured Dimensions With the Probability Density Function", Int.J. Mach. Tools Manufact., 31, (3), 383-396, 1991.

Ishikawa, K., "Guide to Quality Control, Asia Productivity Organization", Tokyo, s.9, 1976.

Mansoor, E.M., " The Dimension Analysis of Engineering Designs", Y. Lisans Tezi, University of Melbourne, 1960.

Mansoor, E.M., "The Application of Probability to Tolerances Used in Engineering Design", Proc. Instn. Mech. Engrs., 178, (1), 29-51, 1964.

Nelson, L.S., "The Skewhart Control Chart: Tests For Special Causes", J. of Quality Technology, 16, (4), 237-239, 1984.

Shainin, D., "Cost-cutting Chance Laws Can Control Design Tolerances", Machine Design, 21 (6), 130-140, 1949.

Zhang, H.C. and Huq, M.E., "Tolerancing Techniques: The State-of-the-Art", Int. J. Prod. Res., 30, (9), 2111-2135, 1992.