

Katı Yakıtlı Roketlerde Daimi Olmayan İç Akışın Sayısal İncelenmesi

Kadir KIRKKÖPRÜ

*İstanbul Teknik Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümü,
İstanbul-TÜRKİYE*

Geliş Tarihi 06.06.1997

Özet

Katı yakıtlı roket yanma odasını, çeperlerinden daimi kütle girişi olan yarı kapalı bir silindirin oluşturduğu eksenel simetrik kanalda, daimi olmayan iç akış sayısal olarak incelenmiştir. Silindir çıkış kesitinde uygulanan harmonik basınç değişimi sistemdeki akustik rahatsızlıkların kaynağını oluşturmaktadır. Basınç değişiminin genliği, farklı Mach sayılarında uygun değerlerde seçilerek doğrusal olmayan etkilerin gözönüne alınması sağlanmıştır. Toplam hızdan elde edilen akış hızının zamana bağlı dönümlü (rotasyonel) bileşeni ile yapılan incelemeler, silindir çeperinde daimi akıştakinden daha yüksek değerlerde girdap oluştuğunu ve bu girdabın zamanla silindir içine yayıldığını göstermektedir.

Anahtar Sözcükler: Katı Yakıtlı Roketler, Daimi Olmayan Sıkıştırılabilir Akışlar.

Computational Investigation of Unsteady Internal Flow in Solid Propellant Rockets

Abstract

Unsteady flow in a semi-closed axisymmetric cylindrical channel with steady sidewall mass injection that simulates a model of a solid propellant rocket combustion chamber is studied computationally. Planar pressure disturbances prescribed on the open exit plane are the source of the acoustic disturbances in the system. Amplitudes of the oscillatory pressure disturbances are chosen accordingly for different flow Mach numbers, so that nonlinear processes affect the evolution of the unsteady flow. Investigations with the unsteady vortical part of the velocity extracted from the total velocity field show that unsteady vorticity larger than that in the steady flow conditions is generated at the injecting sidewall of the cylinder and that this unsteady vorticity eventually fills the entire chamber.

Key Words: Solid Propellant Rockets, Unsteady Compressible Flows.

Giriş

Katı yakıtın yanması sonucu çıkan gazlar genellikle uzun ve dar yapıdaki roket motoru yanma odasında düşük eksenel Mach, $M=0(10^{-2}-10^{-1})$ ve büyük Reynolds, $Re=0(10^4 - 10^6)$ sayısında bir akışa neden olurlar. Yanma odasındaki daimi olmayan akışlar katı yakıtın yanmasına etki etmekte ve dolayısıyla roketin genel performansı ile doğrudan ilgili olmaktadır. Uygulamada, roket performans tah-

min modelleri klasik akustik stabilite teorisi uygulanarak yapılmaktadır (Culick, 1990, Williams, 1985). Bu teoride, viskozite etkisinin yok sayıldığı doğrusal ya da zayıf doğrusal olmayan denklemler kullanılarak roket stabilite performansı tahmin edilmektedir.

Yanma gerçekleştirilmeden yapılan laboratuvar model deneylerinde yanma odasının her tarafında yüksek değerlerde daimi olmayan dönümlü (rotasyonel) akış bileşenlerinin mevcut olduğu saptanmıştır (Brown ve ark., 1986). Bu tip daimi

olmayan dönümlü akış, 2 boyutlu kanal içinde kanal alt ve üst duvarlarından kütle girişi modellenerek yapılan sayısal çalışmalarda da tespit edilmiştir (Vuillot ve Avalon, 1991). Bu deneysel ve sayısal çalışmalar klasik akustik teoriye dayanan stabilite tahminlerinin yeniden gözden geçirilmesi gerektiğini göstermektedir. Çünkü bu tahmin modellerinde akış olmadığı varsayılan bir yanma odası içinde yayılan akustik dalgalar yanma odası çeperini oluşturan katı yakıtın yanması sonucu çıkan gazları temsil eden dikey kütle girişi ile girişim yapmamaktadır. Bundan dolayı bu klasik modeller sayısal ve deneysel çalışmalarda gözlenen dönümlü akışı içermemektedir. Bazı araştırmacılar da yanma odası çeperinde bir klasik akustik sınır tabaka oluştuğunu ve bu ince tabaka içindeki dönümlü akışın akustik rahatsızlıklarla ortalama akış arasındaki enerji değişimi açısından önemli olduğunu iddia etmişlerdir (Baum ve Levine, 1987, Baum, 1989). Vuillot ve Avalon (1991), ve zamana bağlı kütle girişi etkilerinin ele alındığı Kırkköprü ve ark. (1996) nın sayısal çalışmaları daimi olmayan dönümlü akışın uygun parametreler dahilinde sadece cidarlara bitişik viskoz akustik sınır tabaka içinde kalmayıp yanma odasının büyük bir bölümüne yayıldığı göstermektedir. Bu, doğru ve güvenilir bir motor stabilite teorisi için dönümlü akışın varlığının dikkate alınmasının gerektiğini göstermektedir. Flandro ve Roach (1992) geliştirdikleri viskoz etkilerin yok sayıldığı bir yaklaşık analitik çalışmada, aksel akustik dalga ve buna dik olarak hareket eden akışkan arasındaki girişim neticesi girdap oluşumunu incelediler, ve fiziksel olayın iki önemli uzunluk ölçeğine, boyutsuz silindir yarıçapı ve ondan daha küçük olan $O(M)$ mertebeki uzunluk, sahip olduğunu gösterdiler. Zhao ve ark. (1996) sistematik asimptotik yöntemleri kullanarak bir silindirik yanma odası modeli için bir başlangıç sınır değer problemini formüle ettiler. Yüksek Re ve düşük M sayıları için, akustik dalga ve buna dik hareket eden akışkan arasındaki etkileşimin birinci mertebede tamamen viskoz olmayan karakterde olduğunu ve bu etkileşim neticesi cidarda oluşan dönümün model yanma odası merkezine doğru cidardan dik kütle girişi sonucu oluşan ortalama akışın radyal bileşeni tarafından sürüklendiğini analitik olarak gösterdiler. Aynı zamanda bu teorik çalışmada Flandro ve Roach (1992) nın viskoz etkileri gözönüne alınmayan çalışmasındaki benzer iki önemli fiziksel uzunluk ölçeği de matematiksel olarak türetilmiştir.

Bu çalışmada, çeperlerinden kütle girişi olan dar, uzun ve yarı kapalı bir silindirin oluşturduğu bir yanma odası modelinde çıkış kesitinde basınç değişimi etkisiyle daimi olmayan akış ve evrimi sayısal olarak incelenmiştir. Sıkıştırılabilir Navier-Stokes denklemleri İki-Dört ekplisit, tahmin-düzeltilme yöntemi (Gottlieb ve Turkel, 1976) (Two-Four explicit, predictor-corrector method) kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür. Çözüm ağı Mach sayısına bağlı olan uzunluk ölçeği dikkate alınarak oluşturulmuş ve böylece radyal doğrultudaki dalga olayları yeterli bir çözünürlüğe kavuşturulmuştur. Akış hızının zamana bağlı dönümlü bileşeni toplam hız değerinden türetilerek incelemeler yapılmıştır.

Sayısal Model

Çeperlerinden kütle girişi olan bir tarafı açık diğer tarafı kapalı bir silindirin içi yanma odası modelini oluşturmaktadır. Akış alanı, aksel simetrik silindirik, sıkıştırılabilir, laminer, korunumlu formda yazılmış ve boyutsuzlaştırılmış Navier-Stokes denklemleri ile ifade edilmiştir:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial r} + \frac{H}{r} = 0 \quad (1)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ E_t \\ \rho u \\ \rho v \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} M \rho u \\ M[E_t + (\gamma - 1)p]u \\ M \rho u^2 + \frac{1}{\gamma M} p \\ M \rho uv \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} M \rho v \\ M[E_t + (\gamma - 1)p]v - \frac{\gamma M \delta^2}{Re \cdot Pr} T_{,r} \\ M \rho uv - \frac{M \delta^2}{Re} u_{,r} \\ M \rho v^2 + \frac{\delta^2}{\gamma M} p \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$H = \begin{bmatrix} M \rho v \\ M[E_t + (\gamma - 1)p]v - \frac{\gamma M \delta^2}{Re \cdot Pr} T_{,r} \\ M \rho uv - \frac{M \delta^2}{Re} u_{,r} \\ M \rho v^2 \end{bmatrix}$$

Akışkan için ideal gaz kabulü, $p = \rho T$, yapılmıştır. Yukarıdaki denklemlerdeki boyutsuz değişkenler aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$x = \frac{x'}{L'}, r = \frac{r'}{R'}, \frac{v'}{V'_R}$$

$$\rho = \frac{\rho'}{\rho'_0}, p = \frac{p'}{p'_0}, T = \frac{T'}{T'_0}, t = \frac{t'}{t'_0} \quad (3)$$

$$C_V = \frac{C'_V}{C'_{V0}}$$

Silindir uzunluğu L' ve yarıçapı R' aksel ve radyal yönlerdeki karakteristik uzunluk ölçekleri olarak alınmıştır. Silindir çeperinden kütle girişi karakteristik hızı V'_R , karakteristik ortalama aksel hızla $U'_R = \delta V'_R$ bağıntısı ile ilişkilidir. Burada $\delta = L'/R'$ silindir uzunluğunun yarıçapına oranını göstermektedir. Basınç, giriş kütlesi yoğunluğu ρ'_0 ve sıcaklığı T'_0 ile belirlenen statik basınçla boyutsuzlaştırılmıştır. Karakteristik zaman olarak silindirin aksel akustik zamamı $t'_a = L'/a'_0$ alınmıştır. Burada $a'_0 = (\gamma p'_0/\rho'_0)^{1/2}$ karakteristik ses hızıdır. Bu çalışmada soğuk akış modellendiğinden sıcaklıktaki değişimler az olup transport katsayıları sabit ve özgül ısılar oranı $\gamma = 1.4$ alınmıştır.

$$E_t = \rho C_V T + \rho \gamma (\gamma - 1) M^2 \frac{[u^2 + (v/\delta)^2]}{2} \quad (4)$$

akışkanın boyutsuz toplam enerjisini ifade etmekte ve $Pr = \mu'_0 C'_{p0}/k'_0$ Prandtl sayısını göstermektedir.

Reynolds sayısı ve Mach sayısı karakteristik ortalama aksel hız U'_R a göre tanımlanmıştır:

$$Re = \frac{\rho'_0 U'_R L'}{\mu'_0} \quad M = \frac{U'_R}{a'_0} \quad (5)$$

Katı yakıtlı roketlerdeki iç akışlarda $Re \gg 1$, $Pr = O(1)$ ve $M = O(10^{-2} - 10^{-1})$ dir.

Navier-Stokes denklemlerindeki aksel yöndeki transport terimleri $\delta^2/Re \ll 1$ koşulu sağlanması şartı ile $\delta \ll 1$ ve $Re \gg 1$ değerleri için ihmal edilmiştir (Kırkköprü ve ark., 1996, Zhao ve ark., 1996). Böylece, olayın fiziğinde bir değişiklik olmadan hesaplama zamanında büyük ölçüde tasarruf sağlanmıştır. Ek olarak, kalan radyal transport terimlerinin disipatif etkisi, sayısal çalışmalarda kullanılan yapay disipasyon terimlerine ihtiyaç duyulmasına gerek bırakmamıştır. Navier-Stokes denklemleri İki-Dört explicit tahmin-düzeltilme yöntemiyle sayısal olarak çözülmüştür (Gottlieb ve Turkel, 1976):

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{i,j} = Q_{i,j}^n &- \frac{\Delta t}{6\Delta x} [7(F_{i+1,j}^n - F_{i,j}^n) - (F_{i+2,j}^n - F_{i+1,j}^n)] \\ &- \frac{\Delta t}{6\Delta r} [7(G_{i,j+1}^n - G_{i,j}^n) - (G_{i,j+2}^n - G_{i,j+1}^n)] \\ &- \frac{\Delta t}{r} H_{i,j}^n \end{aligned} \quad (6)$$

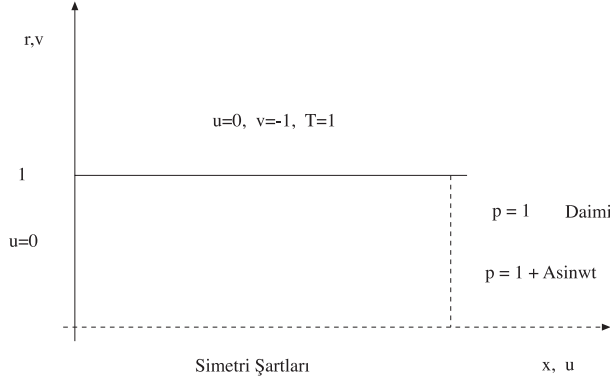
$$\begin{aligned} Q_{i,j}^{n+1} &= \frac{1}{2} [\bar{Q}_{i,j} + Q_{i,j}^n] \\ &- \frac{\Delta t}{12\Delta x} [7(\bar{F}_{i+1,j} - \bar{F}_{i,j}) - (\bar{F}_{i+2,j} - \bar{F}_{i+1,j})] \\ &- \frac{\Delta t}{12\Delta x} [7(\bar{G}_{i+1,j} - \bar{G}_{i,j}) - (\bar{G}_{i,j+2} - \bar{G}_{i,j+1})] \\ &- \frac{\Delta t}{2r} \bar{H}_{i,j} \end{aligned}$$

Üstü çizgili değerler yöntemin tahmin aşamasını gösterirken üst indisler n ve $n+1$, sırasıyla, bilinen ve Δt zaman adımı sonrasındaki değerleri vermektedir. Alt indisler i ve j sırasıyla aksel ve radyal doğrultuları göstermektedir.

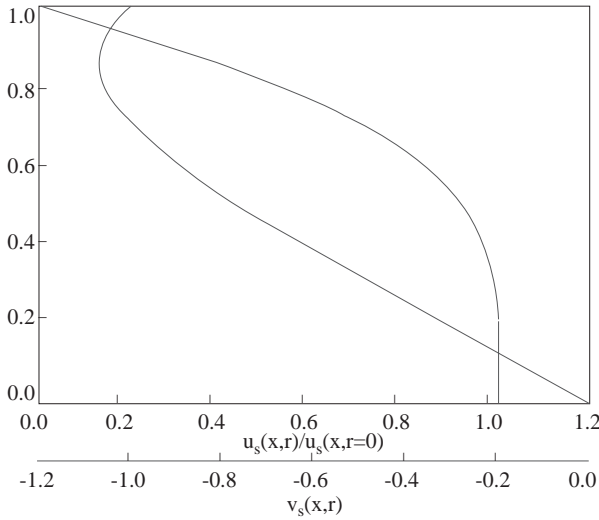
Bu çalışmada uzunluk/yarıçap oranı $\delta = 20$ alınmıştır. Aksel ve radyal doğrultudaki çözüm ağı noktaları birbirinden eşit uzaklıkta yerleştirilmiştir. Radyal yöndeki uzay adımı, Δr , nin büyüklüğü Mach sayısına bağlı olarak seçilmiştir. Sayısal çözüm bölgesi Şekil.1 de gösterilmiştir. Silindir çeperinden akışkan giriş hızı sabittir. Silindirin sol tarafı kapalı olup zamana bağlı basınç değişimi açık olan sağ taraftan uygulanmaktadır.

Daimi olmayan akışın sayısal olarak incelenmesi için başlangıç koşulu olarak silindir içindeki daimi akışın elde edilmesi gereklidir. Daimi akış hali için $x=0$ da geçirgen olmayan duvar koşulu ($u=0$), açık tarafta ($x=1$) statik basınç $p=1$, geçirgen silindir çeperinde ($r=1$) sabit kütle giriş hızı $v=-1$, sabit sıcaklık $T=1$, aksel hız için kaymama koşulu ($u=0$) ve silindir ekseninde ($r=0$) simetri koşulları uygulanmıştır. Sıkıştırılabilir, viskoz daimi akışın sayısal olarak eldesinde, Culick (1966) tarafından sıkıştırılamaz, sürtünmesiz akış için analitik olarak hesaplanmış $u_s = \pi x \cos(\pi r^2/2)$ ve $v_s = -(1/r) \sin(\pi r^2/2)$ hız profilleri başlangıç hız profilleri olarak alınmıştır. Bu işlem, daimi akış profillerinin daha hızlı olarak elde edilmesini sağlamaktadır. Giren ve çıkan kütledebilerin birbirine eşit olduğu durum daimi akış hali olarak alınmıştır. Sayısal olarak daimi hale ulaşıldıktan sonra sayısal hesaplama yaklaşık olarak $10 t'_a$ kadar devam edilerek daimi akış halini veren sayısal çözümün kararlı olduğu görülmüştür. Şekil. 2 de $M=0.05$ ve $R=3 \times 10^5$ için daimi akış halinde normalize edilmiş aksel hız, $u_s(x,r)/u_s(x,r=0)$ ve radyal hız, v_s , profilleri çeşitli aksel konumlarda, $x=0.025, 0.5$ ve 1 , gösterilmiştir. Culick profillerini sayısal olarak hesaplanmış profillerden gözle ayırtmak olanaksızdır. Bu, daimi akışı

elde etmek için kullanılan sayısal yöntemin uygunluğunu göstermektedir. Sıkıştırılabilirlik etkisi $O(M^2)$ mertebesinde ve bu çalışmadaki eksenel Mach sayısı $M=O(10^{-2} - 10^{-1})$ olduğundan $\delta \gg 1$ için geçerli olan sıkıştırılmaz Culick hız profilleri ile sayısal hesaplanmış hız profilleri arasındaki fark ihmal edilebilecek mertebededir. Yine de her bir M ve Re sayısı çifti için daimi akış halini ayrı ayrı elde etmek gerekmektedir. Böyle bir uygulama daimi olmayan akış hesaplamalarında istenmeyen sayısal parazitleri en aza indirmektedir.



Şekil 1. Sayısal çözüm bölgesi ve sınır koşulları



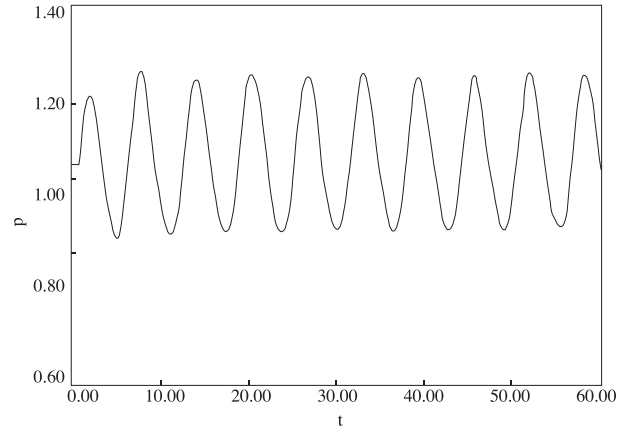
Şekil 2. Daimi akış eksenel u_s ve radyal v_s hız profilleri ($M=0.05$, $Re=3.10^5$, $\delta=20$), $x=0.025$ (—), $x=0.5$ (...) ve $x=1.0$ (---)

Belirli bir M ve Re sayısı çifti için daimi akış hali elde edildikten sonra, Vuillot ve Avalon (1991)

ve Tseng ve ark. (1994) nın çalışmalarındakine benzer şekilde daimi akış, çıkış kesitinde zamanla sinüzoidal olarak değişen bir basınç çalkantısı ile rahatsız edilir. Diğer bir deyişle, çıkış düzleminde ($x=1$) statik basınç koşulu

$$p = 1 + A \sin \omega t \quad (7)$$

halini alır. Burada, ω boyutsuz açısal frekans ve A basınç çalkantısı genliğidir. Diğer sınır koşulları, daimi akış halindeki aynıdır. Zamana bağlı eksenel hız alanının daimi haldeki hız alanı ile aynı mertebede olmasını sağlamak için $A=O(M)$ seçilir (Zhao ve ark., 1996). $A=M$ alınması ile doğrusal olmayan etkileşimlerin daimi olmayan akış oluşumunu etkileyeceği ima edilmiş olmaktadır. Program, basınç çalkantısı sisteme verildikten sonra yaklaşık olarak 10 çevrim zamanı kadar ($t \cong 60$) çalıştırılmış ve istenmeyen sayısal salınımlara rastlanılmamıştır. (Şekil 3). Bu çalışmada karakteristik eksenel Mach sayısının $M=0.1$, 0.05 ve 0.02 değerleri için sistem $\omega=1$ açısal frekans değerinde rahatsız edilerek daimi olmayan akışın evrimi incelenmiştir. Frekansın bu değerinin sistemin $\omega_n = (n-1/2)\pi$ ile belirli akustik frekans değerlerinden düşük bir değerde olduğuna dikkat edilmelidir.



Şekil 3. $x=0.5$ 'de basıncın zamanla değişimi ($M=0.1$, $Re=3 \times 10^4$, $\omega=1$, $A=M$ ve $\delta=20$)

Sayısal Deneyler ve Değerlendirme

Akış alanında daimi olmayan girdap dağılımını incelemek amacı ile zamana bağlı eksenel hız, Flandro ve Roach (1992) ve Zhao ve ark.(1996) tarafından çeşitli şekillerde kullanıldığı üzere, üç kısma ayrılmıştır:

$$u(x, r, t) = u_s(x, r) + u_p(x, t) + u_v(x, r, t) \quad (8)$$

Eşitliğin sağ tarafındaki ilk terim, daimi olmayan akış hesaplarında başlangıç profili olarak kullanılan sadece konuma bağlı daimi akış aksel hız profilidir. (Şekil 2). İkinci terim, akış alanının akustik dalga kısmını ifade etmekte olup bir düzlemsel dalgadır ve konum bakımından sadece x 'e bağlıdır. Silindir ekseninde $u_v=0$ (Zhao ve ark., 1996) olduğundan silindir ekseninde daimi olmayan toplam aksel hız ile daimi aksel hız arasındaki fark u_p değerini verir. Geriye kalan son, yani üçüncü terim, $u_v(x,r,t)$, aksel hızın zamana bağlı dönümlü bileşenini verir. Bu hız bileşeni katı yakıtlı roket modeli içerisinde daimi olmayan akışın evrimini incelemede esas alınmıştır. (8) no'lu denklemin sağ tarafındaki bileşenlerin, analitik olarak türetilen karşılıklarının sıkıştırılabilir, viskoz analogları olduğu hatırdta tutulmalıdır.

Aşağıda ele alınan bütün hallerde uzunluğun yarıçapa oranının büyük olmasının ($\delta = 20$) doğal sonucu olarak herhangi bir t anında basınç alanı sadece silindir boyunca değişmekte olup radyal yönde bir değişim göstermemektedir. Örneğin, $M=0.1$, $Re=3 \times 10^4$, $\omega=1$ and $A=0.1$ olduğu hal için $t=29.37$ anında silindir ortasında ($x=0.5$), üç farklı radyal konumdaki ($r=0, 0.5$ ve 1) basınç değerleri sırası ile $p=0.97071351, 0.97070410$ ve 0.97069881 dir. Aynı parametre grubu için silindir çıkış kesitinde sinüzoidal basınç rahatsızlığı verildikten sonra $x=0.5$ de $t=1.48, 11.81$ ve 29.37 anlarında aksel hızın daimi olmayan dönümlü bileşeni u_v nin radyal yöndeki dağılımı Şekil 4 de gösterilmiştir. Silindir çeperinden dik kütle girişi için karakteristik Mach sayısı $M_i = M/\delta = 5 \times 10^{-3}$ gibi küçük bir değerdir. Çözüm ağında aksel doğrultuda 41 çözüm ağı noktası, radyal doğrultuda değişimleri iyi bir şekilde tespit edebilmek amacıyla 101 nokta yerleştirilmiştir. $t=1.48$ anında büyük değerde bir radyal hız gradyeninin duvardan 0.15 birim uzaklığa ulaştığı (sürekli çizgi) ve zamanla, $t=11.81$ (noktalı çizgi), $t=29.37$ (kesikli çizgi) anlarında olduğu gibi, bu hız gradyeni cephesinin silindirin eksenine doğru ilerleyip bütün akış alanını kapladığı görülmektedir.

Daimi olmayan dönümlü hız bileşeninin radyal doğrultudaki salınımlı dağılımı, silindir çeperinden dikey kütle girişi ile silindir çıkış kesitindeki ($x=1$) basınç değişiminden kaynaklanan ve aksel doğrultuda yayılan akustik dalgaların girişiminin neticesi olarak açıklanabilir: Silindir çeperinden radyal doğrultuda içeriye enjekte edilen bir akışkan parçacığın hareketi, parçacığın bulunduğu konumdaki aksel basınç gradyeni, dp/dx , in harmonik değişiminin etkisi altındadır. Şekil. 5 de aksel

basınç gradyeninin zamanla değişimi gösterilmiştir. Çeperden içeri doğru hareket eden akışkan parçacığı, daimi akış alanının radyal hız bileşeni ile silindir eksenine doğru taşınırken aksel basınç gradyeninin etkisiyle pozitif ve negatif aksel doğrultuda hareket etmeye zorlanarak salınımlı bir radyal hız dağılımına neden olmaktadır. Görüldüğü gibi akışkan parçacığın hareketinin bir kısmı düzlemsel akustik dalga hareketi ile ilgili olup bir kısmı da silindir çeperindeki dönüm oluşumu ile ilgilidir.

Sistemde $x=0.5$ düzlemindeki basıncın zamanla değişimi Şekil. 3 de görüldüğü üzere tamamiyle harmonik yapıdadır. $t < 0.5$ anlarında silindir çıkışından kaynaklanan basınç rahatsızlığı silindir ortasına ulaşmamış olduğundan bu düzlemde herhangi bir basınç değişikliği olmayıp daimi akış halindeki basınç değerini korumaktadır. $t=0.5$ anından itibaren $x=0.5$ düzleminde basınçta değişim başlamıştır. Burada dikkat edilmesi gereken bir husus da daimi olmayan dönümlü akış bileşeninin oluşumunun basıncın harmonik değişimini etkilemediğidir. Yani, $x=0.5$ düzlemine $t=0.5$ anında ulaşan akustik dalganın silindir çeperinden içeriye giren akışkan parçacığı ile etkileşimi sonucu çeperde oluşan dönümlü akış bileşeninin cephesi $t=30$ civarında silindir eksenine ulaşacak ve bu dönümlü alanı silindirin tamamını kaplayacaktır. Şekil. 3 den görüldüğü üzere $t=30$ anı öncesi ve sonrası basıncın zamanla değişiminin yapısı değişmemektedir. Deneysel basınç ölçümlerinin bir boyutlu teori ile uyum içinde olması bununla açıklanabilir.

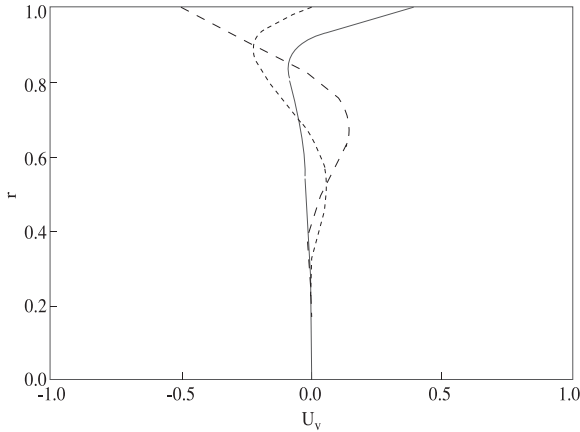
$M=0.05$ ($M_i = M/\delta = 2.5 \times 10^{-3}$) ve $Re=3 \times 10^5$ değerleri için aksel hızın dönümlü bileşeninin $t=1.48, 11.83$ ve 29.54 anlarında aynı aksel konumda ($x=0.5$) radyal dağılımı Şekil 6 da görülmektedir. Şekil. 4 de gösterilen $M=0.1$ hali ile karşılaştırıldığında, $M=0.05$ hali daha yavaş bir radyal hız alanı oluşturduğundan, yüksek hız gradyeni cephesinin $t=1.48$ anında çeperden 0.07 birim uzaklığa kadar ulaşabildiğini, $t=11.48$ anında ise silindirin ancak % 60 mı kaplayan bir bölgesine yayıldığı görmekteyiz. Ek olarak, yavaş radyal hız alanı radyal salınımların dalga boylarında kısalmaya neden olmaktadır.

Yukarıdaki $M=0.1$ ve 0.05 hallerinin incelenmesi, üçüncü olarak ele alınan $M=0.02$ ($M_i = 10^{-3}$) hali için radyal yöndeki çözüm ağı noktası sayısının artırılması gerektiğini göstermiş olup bu düşük Mach sayılı hal için radyal doğrultudaki nokta sayısı 201'e çıkarılmıştır. Şekil. 7 de

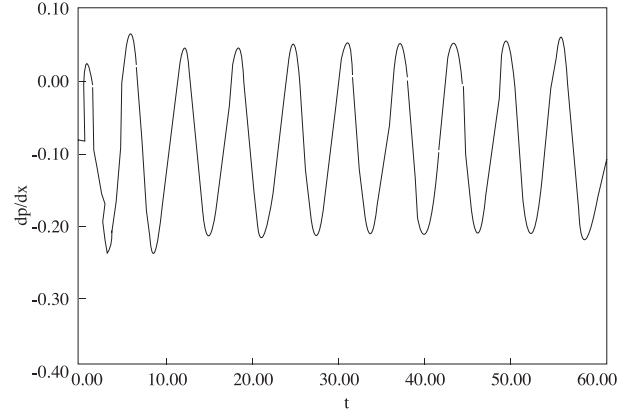
$t=3.00$, 15.00 ve 30.00 anlarında $x=0.5$ konumu için u_v nin radyal dağılımları gösterilmiştir. Hızın radyal gradyeni bu düşük Mach sayılı halde daha büyük olup oluşan hız gradyeni cephesi daha keskin görünümlüdür. Dikkat edildiğinde M sayısının azalması hızın radyal gradyeninin değerini artırmakta dolayısıyla silindir çeperinde oluşan girdabın şiddeti küçük Mach sayıları için daha büyük değerler almaktadır. Radyal hızın daimi olmayan bileşeni, $v - v_s$, (Şekil. 8) daimi radyal hızdan, v_s (Şekil 2) $O(M)$ daha küçüktür. Dolayısı ile akışkan parçacığı radyal doğrultuda ilk yaklaşıklıkla v_s tarafından taşınmaktadır. Şekil 4, 6 ve 7 de çeşitli Mach sayıları için daimi olmayan dönümlü eksenel hız gradyeni cephesinin zamanla silindir eksenine yaklaşarak ulaştığı gösterilmiştir. Bu hız gradyeni cephesinin radyal konumunun zamanla değişimi, akışkan parçacıklarının radyal doğrultuda ilk yaklaşıklıkla daimi hızın radyal bileşeni ile taşındığı gözönüne alınarak, boyutlu olarak yazılmış $dr' = v'_s(r')dt'$ ifadesinin integrasyonu ile hesaplanabilir. Bu ifade bu çalışmadaki boyutsuz sayılar cinsinden $dr = M v_s dt$ şeklini alır ve v_s , Culick tarafından verilen daimi radyal hız olup hız gradyeni cephesinin radyal konumunun (r_F) zamanla değişimi

$$r_F = [(4/\pi) \tan^{-1}(e^{-\pi Mt})]^{1/2} \quad (9)$$

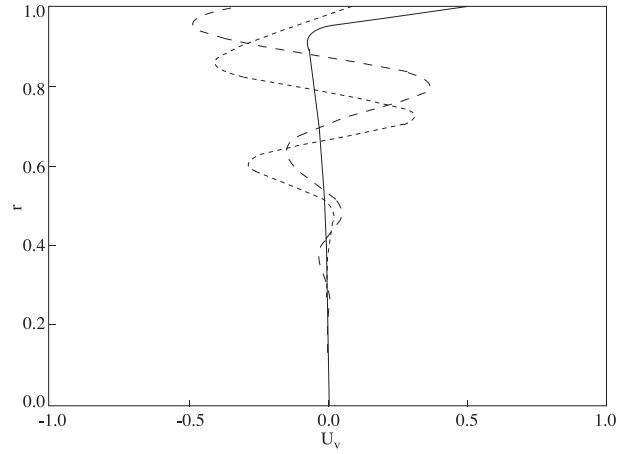
şeklinde bulunur. Çeşitli Mach sayıları için yukarıdaki ifadeden ve Şekil 4, 6 ve 7 nin değerlendirilmesiyle elde edilen r_F değerleri Tablo 1 de verilmiş olup değerler arasındaki uyum dikkat çekicidir.



Şekil 4. Şekil 3'deki parametrik değerler için, $t=1.48$ (—), $t=11.81$ (...) ve $t=29.37$ (---) anlarında eksenel hızın daimi olmayan dönümlü bileşeni u_v 'nin model yanma odasının orta noktasında ($x=0.5$) radyal yönde dağılımları.



Şekil 5. Şekil 3'deki parametrik değerler için eksenel basınç gradyeninin zamanla değişimi ($x=0.5$)

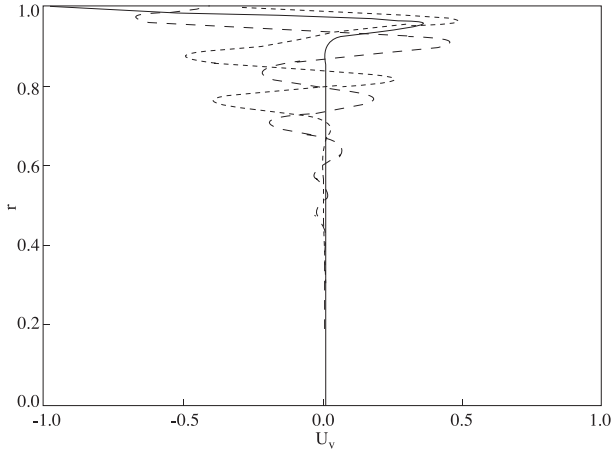


Şekil 6. $t=1.48$ (—), $t=11.83$ (.....) ve $t=29.54$ (---)de u_v 'nin $x=0.5$ 'deki radyal dağılımları ($M=0.05$, $Re=3 \times 10^5$, $\omega=1$, $A=M$ ve $\delta=20$)

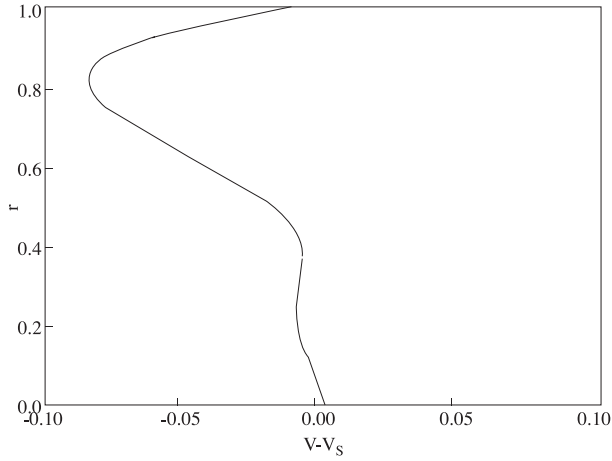
Daimi olmayan boyutsuzlaştırılmış girdap,

$$\Omega = - \left[\frac{\partial u_v}{\partial r} - \frac{1}{\delta^2} \frac{\partial (v - v_s)}{\partial x} \right] \quad (10)$$

nın $M=0.02$ olduğu hal için $t=30$ anında silindir içindeki dağılımı Şekil. 9 da gösterilmiştir. Burada $\Omega = \Omega'/(U'_R/R')$ dır. Üç boyutlu grafikten görüleceği üzere girdabın genliği $O(1/M)$ mertebesinde olup en büyük değeri silindir çeperi civarında almakta çeperden uzaklaştıkça genliği azalmaktadır. Öte yandan silindir çıkışından uzaklaştıkça kapalı tarafın bastırıcı etkisiyle ($u=0$) genlikler azalmaktadır.

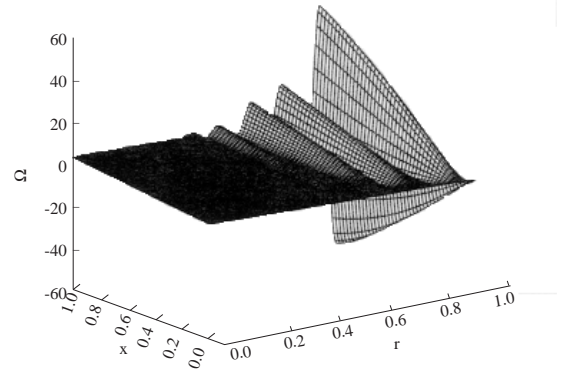


Şekil 7. $t=3$ (—), $t=15$ (.....) ve $t=30$ 'de (---) u_v 'nin $x=0.5$ 'daki radyal dağılımları ($M=0.02$, $Re=3 \times 10^5$, $\omega=1$, $A=M$ ve $\delta=20$)

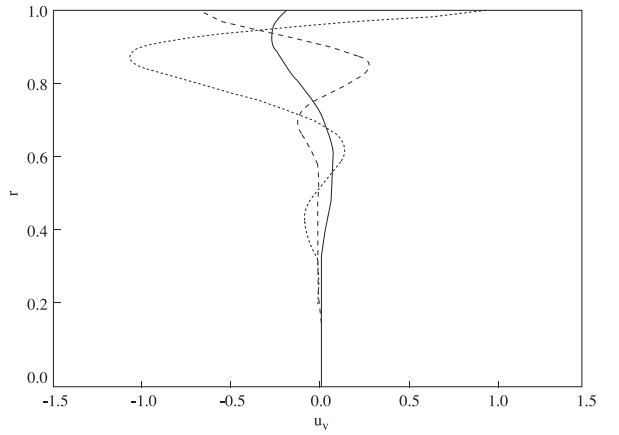


Şekil 8. Şekil 3'deki parametre grubu için radyal hız daimi olmayan bileşeni ($v - v_s$)'nin, $t=29.37$ anında $x=0.5$ 'deki radyal değişimi.

Basınç rahatsızlığı frekansının u_v nin salınımlı yapısına etkisi Şekil 10 da $M=0.1$, $Re = 3 \times 10^4$ ve $A=0.1$ parametre gurubu için gösterilmiştir. Seçilen frekanslar $\omega=1.0$, 1.5 ve 2.5 tur. Artan frekans değeri ile salınımların dalga boyunun azaldığı diğer bir deyişle u_v in radyal gradyeni (Ω)'nin arttığı izlenmiştir. $\omega=1.5$ frekans değeri $\omega_1 = \pi/2$ rezonans frekansına yakın olduğu için u_v nin artan genliğine dikkat edilmelidir. Yüksek frekans ve düşük Mach sayılı akış halinde, gradyenleri yeterli bir çözünürlüğe kavuşturmak için daha çok çözüm ağı noktasına ihtiyaç duyulduğu anlaşılır.



Şekil 9. Şekil 8'deki parametre grubu için $t=30$ anında silindirdede daimi olmayan girdap (Ω) dağılımı.



Şekil 10. $M=0.1$ ve $Re=3 \times 10^4$ halinde $\omega=1$ ($t=17.71$ ---), $\omega=1.5$ ($t=17.38$) ve $\omega=2.5$ ($t=17.77$ - - -), u_v 'nin $x=0.5$ 'de radyal dağılımları

Tablo 1. Hızın daimi olmayan dönümlü hız bileşeni gradyen cephesinin, farklı Mach Sayıları için çeşitli zamanlarda radyal konumu. Birinci kolondaki değerler, Şekil 4, 6 ve 7'nin değerlendirilmesi ile; ikinci kolondakiler ise, denklem (9)'den elde edilmiştir.

| Zaman | Uv Gradyeni Cephesi | Konumu |
|---------------|---------------------|-------------------|
| t | r_F (Sayısal) | r_F (Denklem 9) |
| M=0.02 | | |
| 3 | 0.93 | 0.94 |
| 15 | 0.67 | 0.69 |
| 30 | 0.44 | 0.44 |
| M=0.05 | | |
| 1.48 | 0.92 | 0.92 |
| 11.83 | 0.45 | 0.44 |
| 29.54 | 0.1 | 0.11 |
| M=0.1 | | |
| 1.48 | 0.85 | 0.85 |
| 11.81 | 0.15 | 0.18 |
| 29.37 | 0 | 0 |

Sonuçlar

Bu sayısal çalışmada (1) Zamana bağlı girdabın silindir çeperinde oluşarak silindir merkezine doğru akış hızının radyal bileşeni ile taşındığı (Şekil. 4, 6, 7), (2) Yeterince küçük zamanlarda, daimi olmayan yüksek değerli dönümlü akış bölgesini daimi ve küçük dönümlü akış bölgesinden ayıran ve zamanla radyal yönde ilerleyen bir girdap dalga cephesinin var olduğu; yeterince büyük zamanlarda silindir içindeki akışın tamamen dönümlü olduğu (Şekil 9), ve en önemlisi (3) Mach sayısının küçük değerlerinde akış hızının radyal yöndeki değişiminde daha çok salınımlar olduğu dolayısıyla çözüm ağının bu yönde dikkatli oluşturulması gerektiği gösterilmiştir (Şekil. 4, 7).

"1/M" mertebesindeki zamana bağlı girdap genliği, silindir çeperi üzerinde bir başka deyişle katı yakıt yanma yüzeyinde aynı mertebede, özellikle küçük Mach sayılarında büyük değerde, aksel doğrultuda zamanla değişen kayma gerilmelerinin var olduğunu göstermektedir. (Şekil 9). Bu ise, ya-

narken kolay şekil değiştirebilme özelliğine sahip katı yakıtın yüzeyinde aşınmalar olabileceğini dolayısıyla değişken yanma yüzeyi neticesinde üniform olmayacak olan yanma olayının roket yanma odası içine zamana bağlı rahatsızlıklar yayabileceğini ima etmektedir. Daimi olmayan kayma gerilmelerinin bu çalışmada beklenen etkisinin literatürde bahsi geçen erozif yanma kavramı (Williams, 1985) ile doğrudan ilişkili olabilme ihtimali gözönünde tutulmalıdır.

Yanma odası içinde girdap oluşumu ve varlığı, tek boyutlu klasik akustik stabilite teorilerinin güvenilirlik açısından tartışmaya açık olduğunu göstermektedir. Çünkü, tek boyutlu dönümsüz akış teorileri ile hız dağılımını ve kayma gerilmelerini hesaplamak olanaklı değildir.

Teşekkür

Yazar, değerli katkılarından dolayı Boulder Colorado Üniversitesi'nden Prof. David R. Kassoy'a minnettardır.

Kaynaklar

- Baum, J.D., "Investigation of Flow Turning Phenomenon; Effects of Frequency and Blowing Rate," AIAA 89-0293, Aerospace Sciences Meeting, 1989.
- Baum, J.D. ve Levine, J.N., "Numerical Investigation of Acoustic Refraction," AIAA J., 25, 1577, 1987.
- Brown, R.S., Blackner, A.M., Willoughby, P.G. ve Dunlap, R., "Coupling Between Acoustic Velocity Oscillations and Solid Propellant Combustion," J. of Propulsion and Power, 2, 428-437, 1986.
- Culick, F.E.C., "The Blowhard Problem-Inviscid Flows with Surface Injection," AIAA J. 4, 1462, 1966.
- Culick, F.E.C., "Some Recent Results for Nonlinear Acoustics in Combustion Chambers," AIAA-90-3927, Aeroacoustics Conference, October, 1990.
- Flandro, G.A. ve Roach, R.L., "Effects of Vorticity Production on Acoustic Waves in a Combustion Chamber," Final Technical Report, AFOSR-90-0159, 1992.
- Gottlieb, D. ve Turkel, E., "Dissipative Two-Four Methods for Time-Dependent Problems," J. Mathematics and Computation, 30, 136, 703, 1976.

- Kirkkopru, K., Kassoy, D.R., and Zhao, Q., "Unsteady Vorticity Generation and Evolution in a Model of a Solid Rocket Motor: Sidewall Mass Transients," J. Propulsion and Power, 12, 4, 646-654, 1996.

- Tseng, C., Tseng, I.S., Chu, W. ve Yang, V., "Interactions Between Acoustic Waves and Premixed Flames in Porous Chambers," AIAA 94-3328, Joint Propulsion Conference, June, 1994.

- Vuillot, F. and Avalon, G., "Acoustic Boundary Layers in Solid Propellant Rocket Motors Using Navier-Stokes Equations," J. Propulsion, 7, 231, 1991.

- Williams, F.A., Combustion Theory, Benjamin/Cummings, Menlo Park, 1985.

- Zhao, Q., Kassoy, D.R. ve Kirkkopru, K., "Nonlinear Unsteady Vorticity Generation in a Model of a Solid Rocket Engine," gönderildi. J. Fluid Mechanics, 1996.