Tr. J. of Engineering and Environmental Science
22 (1998) , 495 – 502.
© TÜBİTAK

Viskoelastik Akışkanların İvmeli Akışında Malzeme Parametrelerinin Türev Tipli Bünye Denklemlerine Etkisi

Mehmet KOPAÇ, Adnan TOPUZ
Karaelmas Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümü, 67100, Zonguldak-TÜRKİYE
Mahir ARIKOL
Boğaziçi Üniversitesi, Kimya Mühendisliği Bölümü, 80815 Bebek, İstanbul-TÜRKİYE

Geliş Tarihi 15.07.1997

Özet

Bu çalışmada literatürde başarılı olduğu saptanmış üç türev-tipli bünye denklemine (White-Metzner, Oldroyd 3-sabit ve Kopaç-Arıkol) malzeme parametrelerinin etkisi araştırılmıştır. Çalışmada, daralıp-genişleyen bir akım kanalının simetri ekseni boyunca olan akımı dikkate alınmıştır. Bünye denklemlerinde yer alan malzeme parametrelerinin etkisini belirlemek için akım kinematiği ve modele ait türev operatörü kullanılarak, modellerin tansörel ifadeleri simetri ekseni üzerine indirgenmiştir. İndirgenmiş lineer olmayan adi diferansiyel denklemlerde bulunan hız ve başlangıç viskozitesi olarak Arıkol(1976, 1985)'un kullandığı değerler kullanılmıştır. İndirgenmiş bünye denklemleri 4. mertebeden Runge-Kutta yöntemi yardımı ile nümerik olarak çözülmüştür. Bu hesaplamalarda hız, hızın 1. ve 2. türev değerleri girdi olarak denklemlerde kullanılmıştır. Herbir malzeme parametresinin üç değişik değeri için bünye denklemleri çözülerek, simetri ekseni boyunca normal gerilme farkı değerleri belirlenmiştir. Hesaplanan normal gerilme değerleriyle Arıkol(1976, 1985)'un deneysel değerleri arasındaki hata kareleri toplamı belirlenmiştir. Sonuç olarak her bünye denkleminde duyarsız ve duyarlı malzeme parametreleri tesbit edilmiştir.

Anahtar Sözcükler: Viskoelastik akışkan; Bünye denklemleri; İvmeli akış; Runge-Kutta

Effect of Material Parameters on Rate-Type Constitutive Equations in Accelerated Flow of Viscoelastic Fluids

Abstract

The effect of material parameters on three rate-type constitutive equations (White-Metzner, Oldroyd 3-constant and Kopaç-Arıkol) used successfully according to the literature was investigated. The flow along the symetry axis of a converging-diverging flow channel was considered. In order to determine the effect of material parameters appearing in constitutive equations, the tensorial expressions of the models were reduced to the axis of symmetry, using derivative operators of models and flow kinematics. Arıkol's values (1976, 1985) were used for the velocity and initial viscosity values appearing in reduced nonlinear ordinary differantial equations. The reduced constituve equations were solved numerically using the 4th order Runge-Kutta method. In these calculations, velocity and the 1st and 2nd derivatives of velocity were used as input in the equations. Solving the constitutive equations for 3 different values of the material parameters, the normal stress differences were determined along the axis of symmetry. The sum of squares between the calculated normal stress values and Arıkol's(1976, 1985) experimental values were determined. As a result, the material parameters, sensitive and non-sensitive, were determined in each of the constitutive equations.

Key Words: Viscoelastic fluids; Constitutive equations; Accelerated flow; Runge-Kutta

Giriş

Viskoelastik akışkanların çeşitli akış geometrilerinde elde edilen deneysel reolojik verilerle nümerik verilerin uyumlu olduğu bir bünye denkleminin kullanışlı olduğu araştırmacılar tarafından vurgulanmaktadır. Böyle bir bünye denkleminden, viskoelastik akışkanın özelliklerini tam olarak yansıtması beklenir.

Giesekus(1982, 1983, 1985), Larson(1988) ve Davidson ve arkadaşları(1993) bünye denklemleri üzerine bazı çalışmalar yapmışlardır. Yapılan çalışmalar sonucunda viskoelastik bir akışkanın özelliklerine tam olarak cevap verebilecek bir modelin önerilmesinin güç olduğu kanısına varmışlardır.

Daralıp-genişleyen bir kanaldan viskoelastik bir akışkanın akışında deneysel olarak hız ve gerilme değerlerini elde etmek için Arıkol(1976, 1985) sırasıyla laser doppler anemometresi ve çift kırıcılıklı ölçü aletlerini kullanmıştır. Lyazid ve arkadaşları(1980), Kramer ve Meissner(1980), Ranade ve Ulbrecht(1983), Guillot(1985), Mackley ve Moore(1986), Dunlap ve Leal(1987), Raiford ve arkadaşları(1989) ve Vlassopoulos(1990) çalışmalarında bünye denklemlerinin değerlendirilmesinde veri elde etmek için Arıkol(1976)'un kullandığı ölçü aletlerini kullanmışlardır. Vlassopoulos ve Hatzikiriakos(1995) çalışmalarında 2. zaman sabitli genelleştirilmiş Giesekus modelini kullanarak viskoelastik bir akışkanın davranışını incelemişlerdir. Kopaç(1992) ve Kopaç ve arkadaşları(1997) değişik tipteki bünye denklemlerinin çözümleri üzerine çalışmalar yapmışlardır. Kopaç ve Arıkol(1997) çalışmalarında bazı mevcut bünye denklemlerini kullanarak simetri ekseni boyunca olan akım için daha başarılı olan yeni bir bünye denklemi önermişlerdir.

Yapılan bu çalışmada; daha önce yapılan çalışmalarda başarılı bulunan White ve Metzner(1965)'in önerdiği White-Metzner, Williams ve Bird(1962)'in önerdiği Oldroyd 3-sabit ve Kopaç-Arıkol modellerinde yer alan malzeme parametrelerinin bünye denklemlerine etkilerinin araştırılması amaçlanmaktadır.

Akım kinematiği

Şekil 1'de gösterilen ve Arıkol(1976)'un çalışmasında kullandığı akım kanalı bu çalışmada da kullanılmıştır. Böyle bir kanaldaki akış, iki boyutlu bir akış olarak düşünülmüş olup 3 yönündeki tüm değişimler ihmal edilmiştir.

Simetri ekseni boyunca olan akım için, x_2=0 da;

$$V_1 = V_1(x_1) \tag{1}$$

ve

$$V_2 = 0 \quad ; \quad \frac{\partial V_2}{\partial x_1} = 0 \qquad (\text{tüm} \quad x_1 \quad \text{için}) \tag{2}$$

Sıkışamaz bir akışkan için süreklilik denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \frac{\partial V_2}{\partial x_2} = 0 \tag{3}$$

Deformasyon hız tansörünün bileşenleri hız gradyantı cinsinden aşağıdaki gibidir.

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(V_{i,j} + V_{j,i}) \tag{4}$$

Simetri ekseni boyunca olan akım için deformasyon hız tansörünün matris formu (1, 2, 3, 4) eşitlikleri kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\overline{\overline{e}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial V_1}{\partial x_1} \tag{5}$$

Girdap tansörünün bileşenleri tanım olarak aşağıdaki ifadelerden elde edilir.

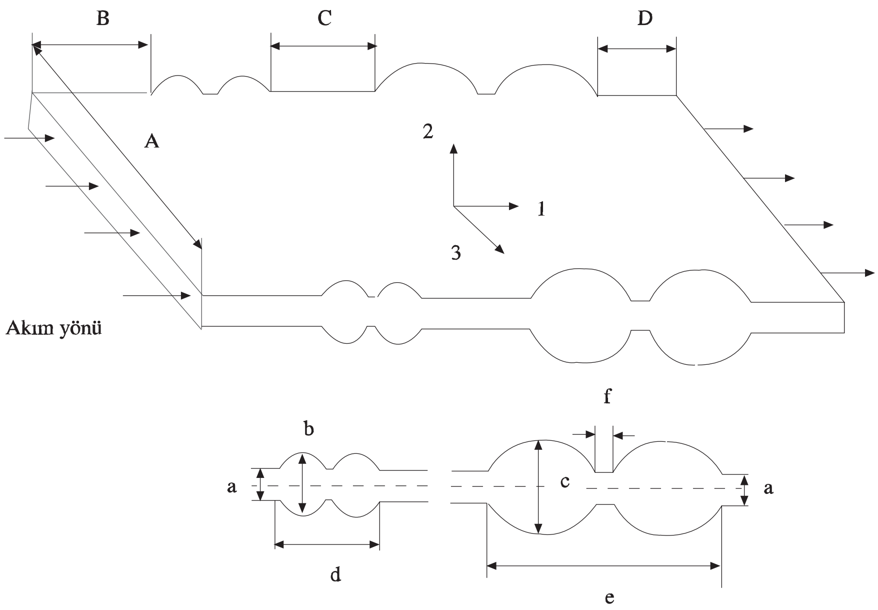
$$\Omega_{ij} = (V_{j,i} - V_{i,j}) \tag{6}$$

Aynı akım şartları için girdap tansörünün matris formu (1, 2, 3, 6) eşitlikleri kullanılarak aşağıdaki gibi bulunmuştur,

$$\overline{\overline{\Omega}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Kullanılan bünye denklemleri

Çalışmada üç değişik bünye denklemi için malzeme parametrelerinin etkisi araştırılmıştır. İncelenen bünye denklemlerinin genel formları, içerdikleri malzeme parametreleri ve simetri ekseni üzerine indirgenmeleri aşağıda anlatılmıştır.



Şekil 1. Akım kanalının üstten ve yandan görünüşü. Boyutlar(m): A=0.06; B=0.02; C=0.2; D=0.17; a=0.00207 ∓ 0.00005; b=0.00445 ∓ 0.0005; c= 0.00695 ∓ 0.00005; d=0.00875 ∓ 0.0001; e=0.0175 ∓ 0.0001; f= 0.0095 ∓ 0.00005 (Arıkol, 1976, 1985).

1. White-Metzner bünye denklemi

White ve Metzner(1965)'in önerdiği bünye denkleminin tansörel formu aşağıdaki gibidir.

$$\tilde{\tilde{\tau}} + \theta \frac{\delta}{\delta t} \tilde{\tilde{\tau}} = -2\mu \tilde{\tilde{e}} \tag{8}$$

Burada $\tilde{\tilde{\tau}}$ gerilme tansörü, θ gevşeme zaman parametresi, μ mutlak viskozite ve $\tilde{\tilde{e}}$ deformasyon hızları tansörüdür. $\delta/\delta t$ konvektif türev operatörü olup bu model için aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\frac{\delta}{\delta t}()_{ij} = \frac{\partial}{\partial t}()_{ij} + V_k \frac{\partial}{\partial x_k}()_{ij} + \frac{\partial V_k}{\partial x_j}()_{ik} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i}()_{kj} \tag{9}$$

White ve Metzner(1965)'in kullandığı θ ve μ aşağıdaki gibidir;

$$\theta = \frac{1}{\theta_0 + \theta_1 |II_e|^{r/2}} \quad ; \quad \mu = \frac{\eta_0}{1 + d_1 |II_e|^{r/2}} \tag{10}$$

(10) eşitliğinde görünen θ_0, θ_1, d_1 ve r gevşeme zamanı ve viskozite fonksiyonuna ait sabit parametrelerdir. η_0 başlangıç viskozitesi, II_e deformasyon hızları tansörünün 2. invaryantı olup incelenen akım için aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$II_e = -\left(\frac{\partial V_1}{\partial x_1}\right)^2 \tag{11}$$

White-Metzner modelinin simetri eksenine indirgenmesi:

Eşitlik(9) ile tanımlanan türev operatörünün gerilme üzerine uygulanması aşağıdaki gibidir,

$$\frac{\delta \tau_{ij}}{\delta t} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} + V_k \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_j}\tau_{ik} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i}\tau_{kj} \tag{12}$$

Simetri ekseni boyunca kararlı akım için akım kinematiği kullanılarak gerilmeye ait türev bileşenleri aşağıdaki gibi bulunmuştur.

11 yönünde:

$$\frac{\delta \tau_{11}}{\delta t} = V_1 \frac{\partial \tau_{11}}{\partial x_1} + 2\frac{\partial V_1}{\partial x_1}\tau_{11} \tag{13}$$

22 yönünde:

$$\frac{\delta \tau_{22}}{\delta t} = V_1 \frac{\partial \tau_{22}}{\partial x_1} + 2\frac{\partial V_2}{\partial x_2}\tau_{22} \tag{14}$$

(13) ve (14) eşitlikleri sırasıyla (8) eşitliğinde yerine konularak aşağıdaki denklemler elde edilmiştir.

$$\tau_{11} + \theta\left[V_1 \frac{\partial \tau_{11}}{\partial x_1} + 2\frac{\partial V_1}{\partial x_1}\tau_{11}\right] = -2\mu \frac{\partial V_1}{\partial x_1} \tag{15}$$

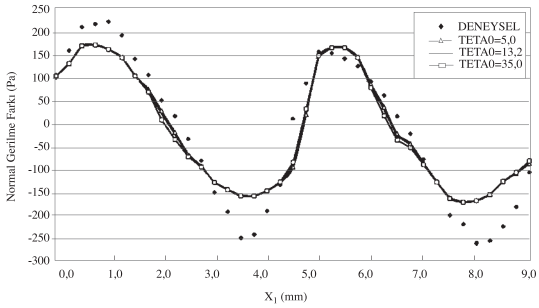
$$\tau_{22} + \theta\left[V_1 \frac{\partial \tau_{22}}{\partial x_1} + 2\frac{\partial V_2}{\partial x_2}\tau_{22}\right] = -2\mu \frac{\partial V_2}{\partial x_2} \tag{16}$$

(3) eşitliği ile tanımlanan süreklilik denklemi kullanılarak (16) eşitliği aşağıdaki ifadeye indirgenir.

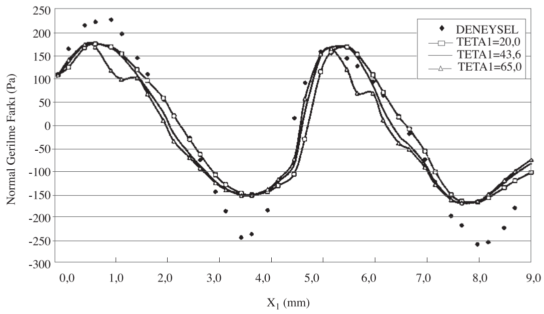
$$\tau_{22} + \theta\left[V_1\frac{\partial \tau_{22}}{\partial x_1} - 2\frac{\partial V_1}{\partial x_1}\tau_{22}\right] = -2\mu\frac{\partial V_1}{\partial x_1} \qquad (17)$$

(15) ve (17) eşitlikleri taraf tarafa çıkartılıp, gerilmenin temel prensibinden normal gerilmelerin toplamını sıfır almak suretiyle(Fredrickson, 1964) ve bütün terimler θV_1 ile bölündüğünde, 11 ve 22 yönündeki normal gerilme farkına ait diferansiyel denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

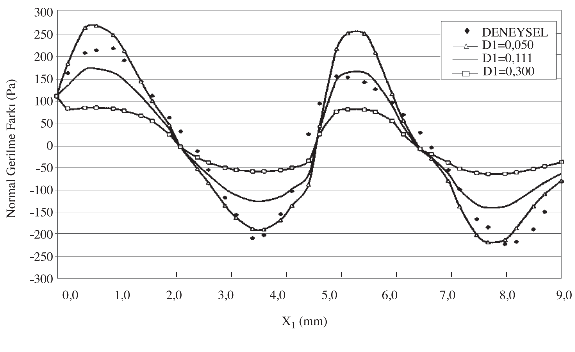
$$\frac{\partial(\tau_{11}-\tau_{22})}{\partial x_1} + \frac{(\tau_{11}-\tau_{22})}{\theta V_1} = -\frac{4\mu}{\theta V_1}\frac{\partial V_1}{\partial x_1} \qquad (18)$$



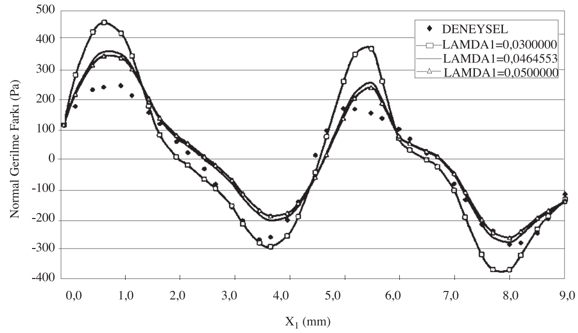
Şekil 2. White-Metzner Modeli'nde Teta0 (θ_0)'ın etkisi.



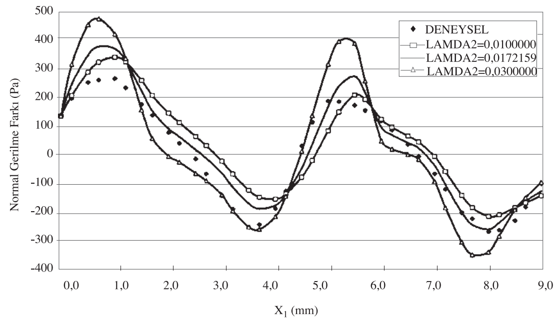
Şekil 3. White-Metzner Modeli'nde Teta1 (θ_1)'ın etkisi.



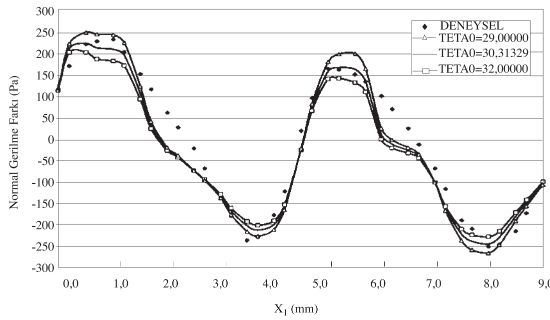
Şekil 4. White-Metzner Modeli'nde d1 (D1)'in etkisi.



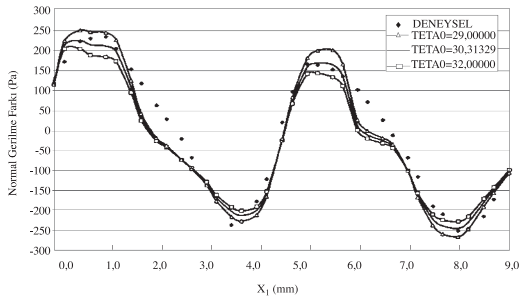
Şekil 5. Oldroyd 3-Sabit Modeli'nde Lamda1 (λ_1)'in etkisi.



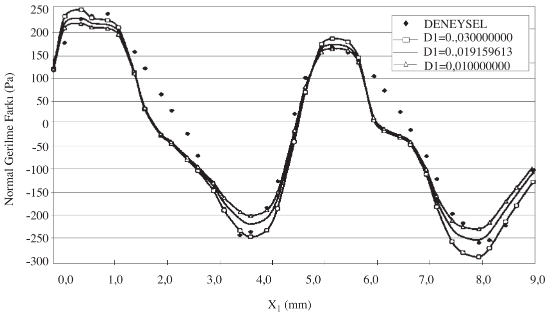
Şekil 6. Oldroyd 3-Sabit Modeli'nde Lamda2 (λ_2)'nin etkisi.



Şekil 7. Kopaç-Arıkol Modeli'nde Teta0 (θ_0)'ın etkisi.



Şekil 8. Kopaç-Arıkol Modeli'nde Teta1 (θ_1)'in etkisi.



Şekil 9. Kopaç-Arıkol Modeli'nde d1 (D1)'in etkisi

2. Oldroyd 3-sabit modeli

$$(1+\lambda_1\Pi)\tilde{\tilde{\tau}} = -2\eta_0(1+\lambda_2\Pi)\tilde{\tilde{e}} \tag{19}$$

Burada λ_1 ve λ_2, 1. ve 2. zaman sabitleri; Π, Oldroyd 3-sabit modeli için türev operatörü olup Williams ve Bird(1962) tarafından aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

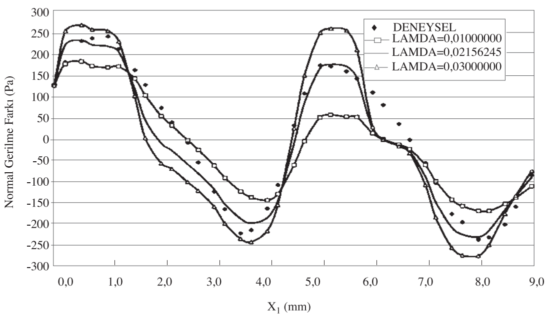
$$\Pi()_{ij} = \frac{D}{Dt}()_{ij} - ()_{ik}e_{kj} - ()_{jk}e_{ki} + \frac{2}{3}()_{kn}e_{kn}\delta_{ij} \tag{20}$$

Burada δ, kroneker delta ve D/Dt, Jaumann türevi olup aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\frac{D}{Dt}()_{ij} = \frac{\partial}{\partial t}()_{ij} + V_k\frac{\partial}{\partial x_k}()_{ij} - \Omega_{ik}()_{kj} \tag{21}$$

White-Metzner modeli için yapılan işlemler, Oldroyd 3-sabit modelinde tekrarlanarak bu modelin simetri eksenine indirgenmiş diferansiyel eşitliği aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\frac{\partial(\tau_{11}-\tau_{22})}{\partial x_1} + \frac{(\tau_{11}-\tau_{22})}{\lambda_1 V_1} = -\frac{4\eta_0}{\lambda_1 V_1}\left[\frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \lambda_2 V_1\frac{\partial^2 V_1}{\partial x_1^2}\right] \tag{22}$$



Şekil 10. Kopaç-Arıkol Modeli'nde Lamda (λ)'nın etkisi

Kopaç-Arıkol Modeli(Kopaç ve Arıkol, 1997)

$$(1+\theta\Pi)\tilde{\tilde{\tau}} = -2\mu(1+\lambda\Pi)\tilde{\tilde{e}} \tag{23}$$

Benzer işlemler bu model için uygulandığında Kopaç-Arıkol modelinin simetri eksenine indirgenmiş ifadesi aşağıdaki gibi bulunmuştur;

$$\frac{\partial(\tau_{11}-\tau_{22})}{\partial x_1} + \frac{(\tau_{11}-\tau_{22})}{\theta V_1} = -\frac{4\mu}{\theta V_1}\left[\frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \lambda V_1\frac{\partial^2 V_1}{\partial x_1^2}\right] \tag{24}$$

Burada θ ve μ'nün ifadeleri, White-Metzner modelinde (10) eşitliği ile tanımlandığı gibi kullanılmıştır. λ ise 2. zaman sabiti olup sabit parametredir.

Hesaplama yöntemi

Bu çalışmada (18, 22, 24) eşitliklerinde yer alan hız, hızın 1. ve 2. türev değerleri Arıkol(1976)'un çalışmasından sağlanmıştır. Simetri ekseni üzerine indirgenmiş olan bu üç lineer diferansiyel denklem 4. mertebeden Runge-Kutta nümerik integrasyon yöntemi yardımıyla çözülerek, normal gerilme farkı değerleri belirlenmiştir. Bu hesaplamalarda malzeme parametreleri girdi olarak kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan parametre değerleri, Kopaç ve arkadaşları(1997) ve Kopaç ve Arıkol(1997)'un çalışmalarında belirlenmiş olan değerler etrafında seçilmiştir. Hesaplamalarda kullanılan nokta sayısı 181 olup sonuçlar 37 nokta için sunulmuştur. Değerlendirmelerde toplam hata kareleri ve aşağıda tanımlanan ortalama hata kullanılmıştır.

$$Ortalama\ hata = (Hata\ karesi\ toplamı)^{1/2} / nokta\ \ sayısı \tag{25}$$

Sonuç ve Tartışma

Şekil 1'de gösterilen kanaldan viskoelastik bir akışkanın simetri ekseni boyunca olan kararlı simetri eksenine indirgenmiş (18, 22, 24) eşitliklerinin Runge-Kutta yöntemi ile çözümleri yapılmıştır. White-Metzner modelinin θ_0, θ_1 ve d_1 parametrelerine ait sonuçlar grafik olarak sırasıyla Şekil 2, 3 ve

4'de, Oldroyd 3-sabit modelindeki λ_1 ve λ_2 parametrelerine ait sonuçlar Şekil 5 ve 6'da, Kopaç-Arıkol modelindeki θ_0, θ_1, d_1 ve λ parametrelerine ait sonuçlar da Şekil 7, 8, 9 ve 10'da sunulmuştur. Modellerde yer alan parametre değişimleri için bulunan sonuçlarla deneysel gerilme farkı arasındaki hata kareleri toplamına ve ortalama hataya ait sonuçlar Tablo 1, 2 ve 3'de sunulmuştur. Şekil 2'den görüldüğü gibi White-Metzner modelindeki θ_0'ın bünye denklemi üzerinde etkisi çok azdır. Buna karşın, θ_1 kanalın ekstremum bölgelerinde değişme yapmazken, diğer bölgelerinde gerilme farkı değişiminde bir öteleme yapmaktadır(Şekil 3). Aynı modelde yer alan d_1 sadece ekstremum bölgelerinde değişim yapmakta olup, parametre değeri arttıkça gerilme farkı değerlerinde bir düşme olduğu saptanmıştır(Şekil 4). Şekil 5'den görüldüğü gibi Oldroyd 3-sabit modelindeki λ_1 ve λ_2, hem kanal boyunca hem de ekstremum bölgelerinde gerilme farkı değerlerinde değişim etkisine sahiptirler. λ_1 değeri artarken ekstremum bölgesinde gerilme farkı değerleri düşmekte, kanalın daralan kısımları için artmakta ve genişleyen kısımları için de azalmaktadır(Şekil 5). λ_2'deki etki ise λ_1'deki etkinin tersi doğrultusunda olduğu Şekil 6'dan görülmektedir. Kopaç-Arıkol modelindeki θ_0'ın etkisi, White-Metzner modelindeki d_1'in etkisine ters yönde olarak benzemekte olduğu saptanmıştır(Şekil 7). θ_1 değerlerine göre doğru orantılı olmak üzere gerilme farkı değerlerinde bir değişme olduğu Şekil 8'den görülmektedir. Şekil 9'dan görüldüğü gibi d_1'in etkisi, White-Metzner modelindeki d_1'in etkisine benzemektedir. Bu modelde yer alan diğer bir parametre λ'ın etkisi ise Oldroyd 3-sabit modelindeki λ_2'nin etkisine benzerdir(Şekil 10).

Tablo 1. White-Metzner Modeli'ne ait hata değerleri(37 nokta için)

	Parametre Değeri	**Ortalama Hata (x0.1Pa)**	**Hata Karesi Toplamı $(\mathbf{x0.1Pa})^2$**
TETA0	5.000	0.828	939
	13.20	0.832	950
	35.00	0.846	981
TETA1	20.00	0.869	1034
	43.60	0.832	950
	65.00	0.94	1210
D1	0.050	0.823	929
	0.111	0.832	950
	0.300	1.622	3603

Tablo 2. Oldroyd 3-Sabit Modeli'ne ait hata değerleri(37 nokta için)

	Parametre Değeri	**Ortalama Hata (x0.1Pa)**	**Hata Karesi Toplamı $(\mathbf{x0.1Pa})^2$**
LAMDA1	0.0300000	1.373	2581
	0.0464553	0.827	936
	0.0500000	0.832	950
LAMDA2	0.0172159	1.065	1554
	0.0172159	0.827	936
	0.0300000	1.432	2807

Tablo 3. Kopaç-Arıkol Modeli'ne ait hata değerleri(37 nokta için)

	Parametre Değeri	Ortalama Hata (x0.1Pa)	Hata Karesi Toplamı $(\mathbf{x0.1Pa})^2$
TETA0	29.000000000	0.746	762
	30.313290000	0.655	588
	32.000000000	0.658	593
TETA1	-1.8000000000	0.804	887
	-1.687326000	0.655	588
	-1.4000000000	0.708	688
D1	-0.030000000	0.745	760
	-0.019159613	0.655	588
	-0.010000000	0.660	597
LAMDA	0.010000000	1.050	1499
	0.021562450	0.655	588
	0.030000000	1.070	1560

Sonuç

İncelenen modeller arasında White-Metzner modeline ait olan θ_0 en duyarsız parametre olarak belirlenmiştir. White-Metzner modelindeki d_1, Kopaç-Arıkol modelindeki θ_0 ve d_1 ekstremum bölgelerinde değişim etkisi göstermektedirler. White-Metzner modelindeki θ_1'in sadece daralma ve genişleme bölgelerinde etkili olduğu saptanmıştır. Oldroyd 3-sabit modelindeki λ_2 ve Kopaç-Arıkol modelindeki θ_1 ve λ kanalın her bölgesinde etkili olan parametrelerdir. White-Metzner modelinde d_1, Oldroyd 3-sabit modelinde λ_2 ve Kopaç-Arıkol modelinde ise θ_1 ve λ duyarlı parametreler olarak tesbit edilmiştir.

Semboller

d_1	White-Metzner ve Kopaç-Arıkol modelleri için viskozite parametresi
e_{ij}	Deformasyon hız tansörü bileşenleri
$\overline{\overline{e}}$	Deformasyon hız tansörü matrisi
II_e	Deformasyon hız tansörünün 2. invaryantı
V_1	1-yönündeki hız bileşeni
V_2	2-yönündeki hız bileşeni
r	White-Metzner ve Kopaç-Arıkol modelleri için viskozite ve 1. zaman sabiti parametresi
x_1	1- yönündeki koordinat ekseni
x_2	2- yönündeki koordinat ekseni
λ	Kopaç-Arıkol model için 2. zaman sabiti
λ_1	Oldroyd 3-sabit modeli için 1. zaman sabiti
λ_2	Oldroyd 3-sabit modeli için 2. zaman sabiti
μ	White-Metzner modeli için viskozite
η_0	Başlangıç viskozitesi
θ	White-Metzner ve Kopaç-Arıkol modelleri için 1. zaman sabiti
θ_0	White-Metzner ve Kopaç-Arıkol modelleri için 1. zaman sabiti parametresi
θ_1	White-Metzner ve Kopaç-Arıkol modelleri için 1. zaman sabiti parametresi
τ_{ij}	Gerilme tansörü bileşenleri
$\tilde{\tilde{\tau}}$	Gerilme tansörü
Ω_{ij}	Girdap tansörü bileşenleri
$\overline{\overline{\Omega}}$	Girdap tansörü matrisi

Kaynaklar

Arıkol, M., "Accelerated Non-Newtonian Flow" Ph. D. Dissertation" University of Virginia, 1976.

Arıkol, M., "Kinematics and Normal Stress Differences of A Viscoelastic Fluid Undergoing Wiggle Flow", J. of Non-Newtonian Fluid Mech., 19, 209-227, 1985.

Davidson, D.L., Graessley, W.W and Schowalter, W.R., "Velocity and Stress Profiles of Polymeric Liquids Flowing in A Periodically Constricted Channel, J. of Non-Newtonion Fluid Mech., 49, 317, 1993.

Dunlap, P.N. and Leal, L.G., J. of Non-Newtonian Fluid Mech., 23, 5, 1987.

Fredrickson, A.G., "Principles and Application of Rheology", Prentice-Hall Inc., Englewood-Cliffs, New Jersey, 1964.

Giesekus, H., “A Simple Constitutive Equation for Polymer Fluids Based on the Concept of Deformation-Dependent Tensorial Mobility”, J. of Non-Newtonian Fluid Mech., 11, 69-109, 1982.

Giesekus, H., “Stressing Behaviour in Simple Shear Flow as Predicted by A New Constitutive Model for Polymer Fluids”, J. of Non-Newtonian Fluid Mech., 12, 367-374, 1983.

Gisekus, H., “A Comparison of Molecular and Network-Constitutive Theories for Polymer Fluids, in Lodge, A.S. and Nohel, J.A.(Eds)”, Viscoelasticity and Rheology, Academic Press, New York, 1985.

Guillot, D., J. of Soc. Pet. Eng., 25, 39, 1985.

Kopaç, M, “Daralan-Genişleyen Akım Kesitinde Newtonian Olmayan Akışkan için Bünye Denklemlerinin Değerlendirilmesi”, Doktora Tezi, Y.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 1992.

Kopaç, M., Hortaçsu, A. and Arıkol, M., “Comparative Evaluation of Some Existing Rate-Type Constitutive Equations for A Viscoelastic Fluid Undergoing Wiggle Flow”, J. of Non-Newtonian Fluid Mech., 68, 1-15, 1997.

Kopaç, M. ve Arıkol, M., “Daralıp-Genişleyen Kanalda Viskoelastik Bir Akışkan İçin Türev Tipli Yeni Bir Modelin Geliştirilmesi”, Tr. J. of Engineering and Enviromental Sciences, Cilt 21, 149-154, 1997.

Kramer, H. and Meissner, J., in Astarita, G., Marrucci, G. and Nicolais, L. (Eds.), Proc. Eighth Int. Congress on Rheology, Naples, Vol. 2, p. 463, 1980.

Larson, R.G., “Constitutive Equations for Polymer Melts and Solutions”, Butterworths, Boston, 1988.

Lyazid, A., Scrivener, O. and Teitgen, R., in Astarita, G., Marrucci, G. and Nicolais, L. (Eds.), Proc.Eight Int. Congress on Rheology, Naples, Vol. 2, p. 141, 1980.

Mackley, M. R. and Moore, I. P. T., J. of Non-Newtonian Fluid Mech. 21, 337, 1986.

Raiford, W. P., Quinzani, L. M., Coates, P. J., Armstrong, R. C. and Brown, R. A., J. of Non-Newtonian Fluid Mech., 32, 39, 1989.

Ranade, V. R. and Ulbrecht, J. J., Chem. Eng. Commun., 20, 253, 1983.

Vlassopoulos, D., Ph. D. Thesis, Princeton University, 1990.

Vlassopoulos, D. and Hatzikiriakos, S. G. “A Generalized Giesekus Constitutive Model with Retardation Time and its Association to the Spurt Effect”, J. of Non-Newtonian Fluid Mech., 57, 119-136, 1995.

White, J. L. and Metzner, A. B., AIChE J., 11, 324, 1965.

Williams, M. C. and Bird, R. B., Phys. Fluids, 5, 1126, 1962.