

Bir Stirling Motorunda Isıtıcı ve Soğutucu Boyutlarının Belirlenmesi İçin Bir Matematik Model

Hüseyin Serdar YÜCESU

Zonguldak Karaelmas Üniversitesi, Karabük Teknik Eğitim Fakültesi,
78100, Karabük-TÜRKİYE

Geliş Tarihi 01.10.1997

Özet

Bu araştırmada bir Stirling motorunun ısıtıcı ve soğutucusunda hız ve sıcaklık dağılım eğrileri sonlu farklar yöntemiyle incelenmiştir. Kararlı çalışma şartlarında, 300 K soğuk kaynak ve 1000 K sıcak kaynak sıcaklığı ve 750 d/d motor hızı için motorun termodinamik analizleri yapılarak sıkıştırma ve genişleme periyodu boyunca ısıtıcı ve soğutucu içerisine giren iş gazı kütlesi miktarları hesaplanmış, yoğunluk ve kütle miktarı değişimi kullanılarak hız ve sıcaklık profilleri oluşturulan bir Fortran bilgisayar programı yardımı ile belirlenmiştir. Periyodik akış şartlarında yapılan hesaplamalarda sıkıştırma ve genişleme periyotları süresince ortalama gaz sıcaklığı ve ısı taşınım katsayıları da hesaplanmıştır. Deneysel çalışmalarda ölçülen sıcaklıklar hesaplamalarda sınır şartları olarak kullanılmıştır. Yapılan hesaplama sonucunda 1mm kanal genişliği için ısıtıcı boyu 12 cm ve soğutucu boyu 14 cm olarak belirlenmiştir.

Anahtar Sözcükler: Stirling Motoru, Isıtıcı ve Soğutucu, Sonlu Farklar Yöntemi.

A Mathematics Model For Determination of Heater and Cooler Dimensions of A Stirling Engine

Abstract

In this study the dimensions of the heater and cooler of a Stirling engine are estimated by simulating the velocity and temperature fields in the heater and cooler using finite difference method. For an engine working at steady conditions, at the 300 K cold and 1000 K hot sources temperatures and 750 rpm engine speed a thermodynamic analysis is performed and the local values of mass, density and pressure are determined relative to crank angle. The cyclic period is divided into 10 degree sub periods and using the mass flow obtained from thermodynamic analysis, the velocity profiles, temperature profiles, average temperature and heat transfer coefficient distribution are calculated for each sub period. In the calculations the gas temperature measured at the inlet and outlet of heater are used as boundary condition. As the result considering 1 mm channel width, 12 cm length for heater and 14 cm length for cooler were determined.

Key Words: Stirling Engine, Heater and Cooler, Finite Difference Method.

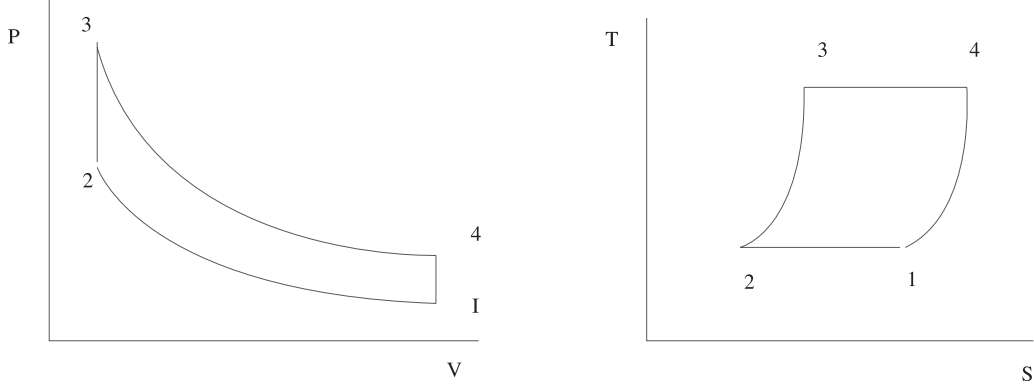
Giriş

Teorik Stirling çevrimi iki sabit hacim ve iki sabit sıcaklık işleminden oluşmaktadır. Bu çevrime göre çalışan makineler genel olarak sıcak silindir, ısıtıcı, rejeneratör, soğutucu ve soğuk silindir olmak

üzere beş ana kısımdan meydana gelmektedir. Stirling çevrimi kapalı bir çevrimdir ve çevrime ısı bir dış kaynaktan sağlanır. İş yapan gaz içten yanmalı motorlarda olduğu gibi egzoz yoluyla dışarı

atılmaz. Çevrimde iş gazı soğuk ve sıcak silindir arasında transfer olur. İş gazı soğuk silindirden sıcak silindir tarafına geçerken rejeneratörde bir önceki çevrimde depolanan ısı ile sıcaklığı artırılır ve sıcak kaynak sıcaklığına ulaşır. Sıcak silindirden soğuk silindir tarafına geçerken ise ısıyı rejeneratör içerisindeki gözenekli elemana bırakarak sıcaklığı azalır ve soğuk kaynak sıcaklığında soğuk silindire geçer. Rejeneratörde iş gazından gözenekli elemana ve gözenekli elemandan gazına ısı transferi işlemleri sabit hacimde gerçekleşir. Teorik çevrimdeki sabit

sıcaklıkta sıkıştırma ve genişleme işlemleri ise ısıtıcı ve soğutucu tarafından yerine getirilir. Çevrimde 2-3 sabit sıcaklıkta sıkıştırma işlemi süresince iş gazından soğutucu tarafından ısı çekilerek işlemin sabit soğuk kaynak sıcaklığında oluşması sağlanır. Isıtıcı ise 3-4 sabit sıcaklıkta genişleme işlemi boyunca genişleme dolayısı ile sıcaklığı ve basıncı azalan iş gazına ısı ilavesi yaparak işlemin sabit sıcaklıkta gerçekleşmesini sağlar, makina bu sırada iş yapmış olur. Teorik Stirling çevrimine ait p-V ve T-S diyagramları Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1. Teorik Stirling Çevrimine Ait p-V ve T-S diyagramları.

İdeal Stirling çevrimini gerçek çevrime benzetmek amacıyla çok çeşitli yaklaşımlarda bulunulmuştur. Stirling motorunun ilk izotermal analizi Schmidt tarafından yapılmış ve daha sonra Schmidt analizi olarak isimlendirilmiştir [Schmidt, 1871]. Beş hacimli model üzerinde bilgisayar simülasyonu ilk olarak Martini tarafından yapılmıştır. Bu analizde sıkıştırma ve genişleme bölgelerinde hacim değişimi esnasında iş gazı sıcaklığının üniform ve sabit T_h sıcak ve T_c soğuk kaynak sıcaklığında olduğu, rejeneratörde lineer bir sıcaklık dağılımının olduğu ve kararlı periyodik şartların olduğu kabul edilmiştir [Martini, 1978]. Çalışma boşluklarında sıkıştırma ve genişleme işlemlerinin adyabatik olduğu kabul edilerek çevrim analizi yapılmıştır. Bu analizde de makina beş kısma ayrılmış, makinanın veriminin yalnızca sıcaklıklarının değil aynı zamanda süpürme hacmi oranı, faz açısı ve ölü hacim oranının da bir fonksiyonu olduğu belirtilmiştir [Urielli ve Kushnir, 1982]. Stirling motorları için en gelişmiş analiz nodal analizdir ve Finkelstein tarafından geliştirilmiştir. Bu analizde makina 13 bölüme ayrılmış ve temelde izotermal işlemler kabul edile-

rek ideal olmayan rejenerasyon, aerodinamik akış kayıpları, kararsız hız ve sıcaklık şartları ve kaçaklar da göz önünde bulundurulmuştur [Finkelstein, 1967]. Benzer bir nodal analizi de serbest pistonlu Stirling motoru için hazırlanmış ve makina yirmiyedi bölüme ayrılarak analizler yapılmıştır [Shock, 1978]. Bir başka analizde ise makina onüç bölüme ayrılarak bütün akış ve ısı kayıpları dikkate alınmış, ısıtıcı ve soğutucu metal sıcaklığı sabit kabul edilerek analizler yapılmıştır [Tew ve diğerleri, 1978]. Karabulut tarafından yapılan analizinde ise rejeneratörde lineer bir sıcaklık dağılımı olduğu ve diğer bütün boşluklarda iş gazı sıcaklıklarının çevrim boyunca değiştiği kabul edilmiş ve metal ısı değiştirgeçlerinde metal sıcaklıkların sabit olduğu kabul edilmiştir [Karabulut, 1998].

Stirling motorları bilinen bütün enerji kaynaklarını işe dönüştürebilirler. Özellikle güneş enerjisi uygulamaları başarı ile sürdürülmektedir. Isı, Stirling motoru ısıtıcısına doğrudan uygulanabileceği gibi sıvı metaller yardımıyla ısıtıcıya ulaştırılarak iş gazının ısıtılmasını sağlayan sistemler de mevcuttur [Lista, 1991; Moreno ve diğerleri, 1992]. Isı enerjisini iş gazına aktarmak amacıyla çeşitli ısıtıcılar

geliştirilmiştir. Özellikle yüksek güçlü motorlarda boru tip ısıtıcılar yaygın olarak kullanılmaktadır [Ross ve diğerleri, 1992; Carlsen, 1993]. Pimli tip ısıtıcılar kullanılarak ısıtıcı yüzey alanını artırmayı ve yüksek sıcaklıklarda ulaşmayı hedefleyen Stirling motorları da yapılmıştır [Isshiki ve arkadaşları, 1991]. Düşük güçlü motorlarda yer değiştirme pistonunun dış yüzeyine ısı enerjisi doğrudan uygulanarak iş gazının ısıtılması sağlanan motorlar da yapılmıştır [Finkelsitein, 1959a, 1959b].

Stirling motorlarında kullanılan soğutucularda yapı olarak ısıtıcılarla oldukça benzerlik göstermektedir. Soğuk silindirde yer değiştirme pistonu olan motorlarda sabit dış silindirin çevresinden soğutma suyu geçirilerek iş gazının soğutulması sağlanmaktadır. Yüksek güçlü Stirling motorlarında genellikle daha etkili bir soğutma sağlamak amacıyla boru tip soğutucular yaygın olarak kullanılmaktadır.

Helyum ve hidrojen gibi ısıl özellikleri havaya oranla çok daha iyi olan iş gazları kullanılarak iş gazının daha iyi ısınmasını ve soğumasını sağlamak ve ısı depolama kapasitesini yükselterek motor verimini ve gücünü artırmak mümkündür [Michels, 1976]. Kapalı sistem Stirling motorları içerisinde yüksek basınçta iş gazı doldurularak yapılan testlerde motor veriminin ve gücünün içten yanmalı motorlarla rekabet edebileceği gösterilmiştir [Simetkosky, 1985].

Teorik Stirling çevriminin verimi Carnot çevriminin verimine eşittir ve $\eta = 1 - (T_c/T_h)$ olarak ifade edilmektedir. Buradan motorun veriminin sıcak ve soğuk kaynak sıcaklığının birer fonksiyonu olacağı açıkça görülmektedir. Ayrıca motor gücünü ve verimini doğrudan etkileyen diğer bir faktör ise ısıtıcı, soğutucu ve rejeneratör boşluk hacimlerinin oluşturduğu ölü hacimdir. Ölü hacim miktarı motor gücünü doğrudan etkilemektedir. Ölü hacim miktarının artması motor gücünü olumsuz yönde etkilemektedir.

Bu çalışmada V-tipi iki silindirli bir Stirling motorunun ısıtıcısı ve soğutucusu deneysel ölçülen bazı sıcaklıklardan da yararlanılarak, sonlu farklar yöntemiyle analiz edilecektir. Sonuçlar, ısıtıcı ve soğutucu boyunun belirlenmesinde ve diğer ısı transferi hesaplamalarında kullanılacaktır.

Motor Konstrüksiyonu

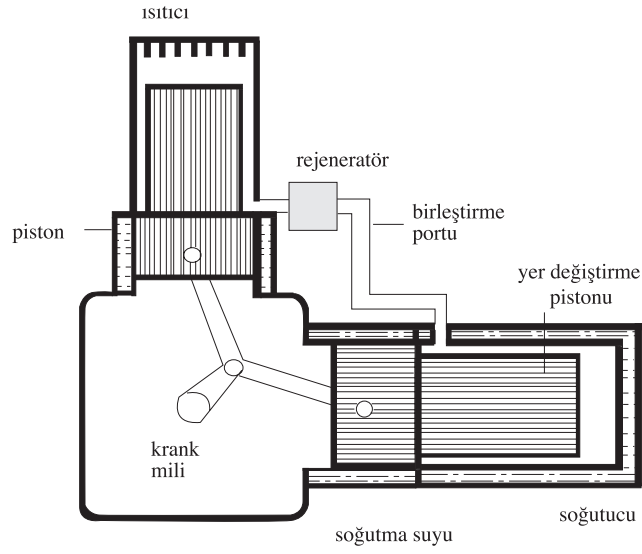
Türkiye’de ilk defa 1993 yılında başlatılan Stirling motoru imalatı çalışmaları 1996 ilk motorun çalıştırılması ile devam ettirilmektedir. Yapılan motor V (α) tipi olup iki silindir arasında 90° açı vardır.

Silindir çapı 52 mm ve stroku 60 mm’dir. Motorda iş gazı olarak hava kullanılmıştır. Isıtıcı ve soğutucu pistonların üzerine ilave edilen yer değiştirme pistonu (displacer) ile sabit dış silindirlerden oluşmaktadır. Bu şekli ile ısıtıcı ve soğutucu aralarında 2 mm çap farkı bulunan iç içe geçmiş iki borudan oluşmaktadır ve iç kısımdaki uzantı piston ile birlikte hareket etmektedir. Sıcak ve soğuk silindir ile soğutucu su ile soğutulmaktadır ve deneyler sırasında soğutma suyu şehir şebekesinden sağlanmıştır. Rejeneratör ısıtıcı ile soğutucu arasına, hemen ısıtıcı çıkışına yerleştirilmiştir. Rejeneratör ile soğutucu arasındaki bağlantı ise bakır boru ile sağlanmıştır. Her bir silindirin hacmi 129 cm^3 , ısıtıcı boşluk hacmi 41.78 cm^3 , soğutucu boşluk hacmi 28.59 cm^3 ve rejeneratör boşluk hacmi ise $13,23 \text{ cm}^3$ ’tür. Piston ile silindir arasında gaz kaçaklarını önlemek için herhangi bir sızdırmazlık elemanı kullanılmamıştır. Silindir iç yüzeyleri honlanarak, piston yüzeyleri ise taşlanarak hassas yüzey elde edilmiştir. Piston ile silindir arasında $0.02 \sim 0.04 \text{ mm}$ çap farkı bulunmaktadır, literatürde bu tip piston silindir düzenlenmesi küçük toleranslı (close tolerance) tip olarak isimlendirilmektedir [Walker, 1980]. Pistonlar grafitli dökme demirden yapıldığı için yağlama özelliğine sahiptir ve yağlanmadan uzun süre çalışabilmektedir. Piston ile silindir arasındaki tolerans her ne kadar çok küçük olsa bile bir miktar iş gazı bu aralıktan motorun karterine kaçar. Bu nedenle her çevrimde bir miktar iş gazı eksildiği için indike çevrim basıncı azalır ve motor performansı olumsuz yönde etkilenir. Bu olumsuz etkiyi ortadan kaldırmak için rejeneratör ile soğutucu arasındaki birleştirme portu üzerine çok küçük basınç değişimlerinde açılabilen bir çekvalf yerleştirilmiştir. Bu çekvalf yardımı ile motorda eksilen iş gazı miktarı her çevrimde tamamlanmakta ve her çevrimde iş gazı miktarının aynı kalması sağlanmaktadır. Şekil 2’de deneylerin yapıldığı Stirling motorunun şematik resmi verilmiştir.

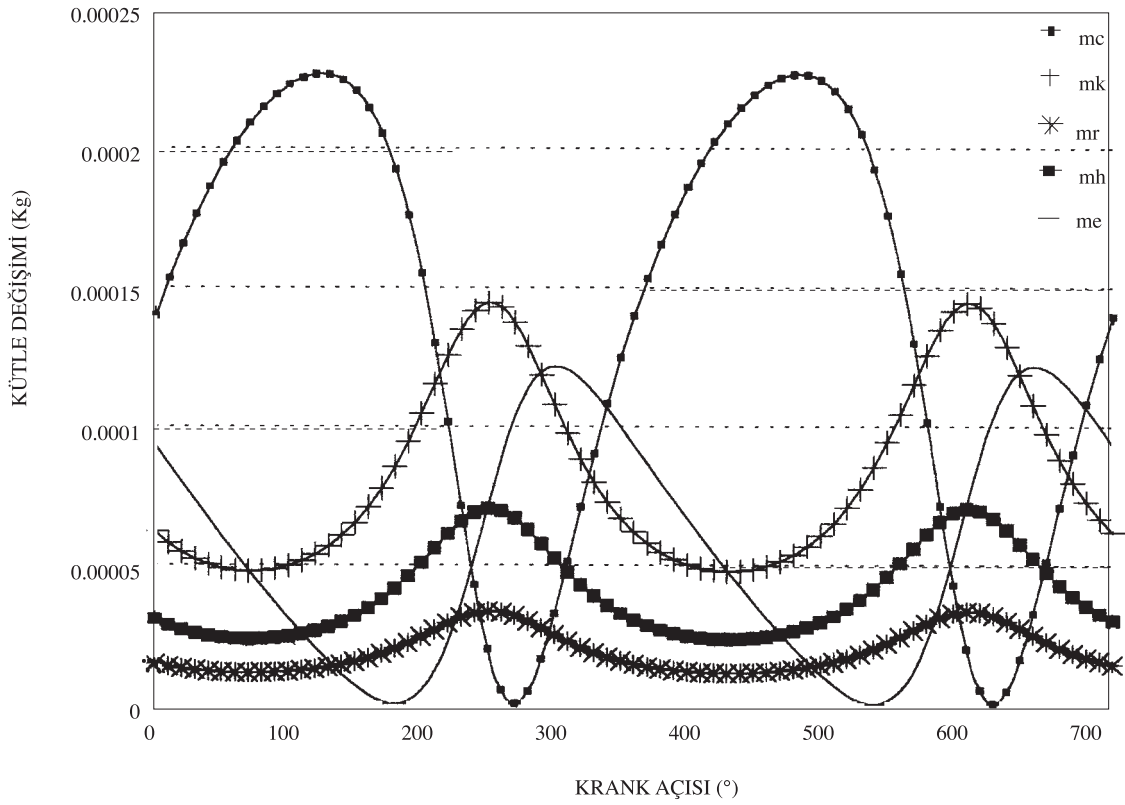
Motor başlangıçta güneş enerjisi ile çalışmada 7 Watt güç üretmiş ve maksimum motor devri 350 d/d olarak belirlenmiştir. Motor performansını geliştirmek için sürdürülen çalışmalarda ısıtıcı yüzey alanını artırmak amacı ile ısıtıcı üst kısmı kanatçıklar ile donatılmış ve atmosferik basınçta yapılan deneylerde 900 K ısıtıcı sıcaklıkta motor 16 W güç üretmiştir. Motor basınçlı hava ile şarj edilerek deneyler yapılmış ve 2 bar şarj basıncı altında güç 32 W olarak ölçülmüştür. 1000 K ısıtıcı sıcaklığında yapılan rejeneratörsüz denemelerde 3 bar basınçta ve 552 d/d’da 56 W güç ölçülmüştür.

Boşta ise motor maksimum 750 d/d'da dönmüştür. Daha sonra 1100 K sabit fırın sıcaklığında yapılan deneylerde ise motor boşta 850 d/d'da çalışmış, mak-

simum motor gücü 2.5 bar şarj basıncında ve 450 d/d'da 67 W olarak belirlenmiştir.



Şekil 2. Stirling Motorunun Şematik Görünümü.



Şekil 3. Motorun İçerisinde Çalışma Gazı Kütlesinin Krank Mili Açısı ile Değişimi.

Matematiksel İşlemler

Tasarımda her bir motor bileşeni ayrı ayrı analiz edilerek boyutlandırılması gerekmekte ve çalışma boşlukları dışında kalan ölü hacimler en aza indirgenmelidir. Bu sebeple ısıtıcı, soğutucu ve rejeneratör boyutları önemli olmaktadır. Motorun tasarımı sırasında sıcak ve soğuk kaynak sıcaklıkları ve motordan beklenen gücün önceden belirlenmesi gerekmektedir. Teorik analizlerde genişleme işleminin sabit sıcaklıkta gerçekleşebilmesi için iş gazına dış bir kaynaktan ısı sürülmesi gerekmektedir. Sıkıştırma periyoduna ise işlemin sabit sıcaklıkta gerçekleşebilmesi için iş gazından ısı çekilmesi gerekmektedir. Isıtıcı ve soğutucu içerisine her 10°'lik krank mili dönüşü sonunda giren iş gazı kütlesi miktarı termodinamik bağıntılar yardımıyla belirlenerek yoğunluk ve kütle değişimi yardımıyla ısıtıcı ve soğutucu içerisinde iş gazı ortalama hızı hesaplanacaktır. Her 10°'lik krank mili dönüşünde hesaplanan ortalama hızlar, ısıtıcı ve soğutucu kanalında oluşan hız ve sıcaklık profilleri ile geçiş periyodu süresince oluşan ortalama sıcaklık ve ısı taşınım katsayılarının belirlenmesinde kullanılacaktır.

Motorun termodinamik analizi için bazı kabuller yapmak gerekmektedir;

1. Çalışma hacminin değişimi sinüzoidaldir,
 2. Sıcak silindir ve ısıtıcıda iş gazı sıcaklığı sıcak kaynak sıcaklığındadır,
 3. Soğutucu ve soğuk silindirde iş gazı sıcaklığı ortam sıcaklığındadır,
 4. Rejeneratif işlem idealdir ve rejeneratörde lineer bir sıcaklık profili meydana gelmektedir,
 5. İş gazı $Pv=RT$ ideal gaz denkleminde uyar,
 6. Silindir, ısıtıcı ve soğutucu cidar sıcaklıkları çevrim boyunca sabittir,
 7. Anlık basınçlar motorun her bölgesinde aynıdır,
 8. Gaz kaçaqları yok ve çevrim boyunca iş gazının kütlesi sabittir,
 9. Peryodik şartlar oluşmuştur,
 10. Makinanın hızı sabittir.
- Yapılan bu kabullerle sıcak silindirde krank mili

açısına bağlı olarak hacim değişimi;

$$V_e = \frac{1}{2}V_E(1 + \cos \phi) \quad (1)$$

Soğuk silindirde ise krank mili açısına bağlı hacim değişimi;

$$V_c = \frac{1}{2}V_C[1 + \cos(\phi - \theta)] \quad (2)$$

eşitlikleri ile hesaplanmaktadır. Motor içerisinde bir anlık iş gazı basıncının her bölgede aynı olduğu kabul edilmektedir ve toplam iş gazı kütlesi;

$$\frac{p}{R} \sum_{i=1}^n \frac{V_i}{T_i} = m_T \quad (3)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Motorda anlık iş gazı basıncı ise;

$$p = \frac{R \cdot m_T}{n \sum_{i=1}^n \frac{V_i}{T_i}} \quad (4)$$

eşitliği ile belirlenmektedir. Her bölgede iş gazı yoğunluğu ise;

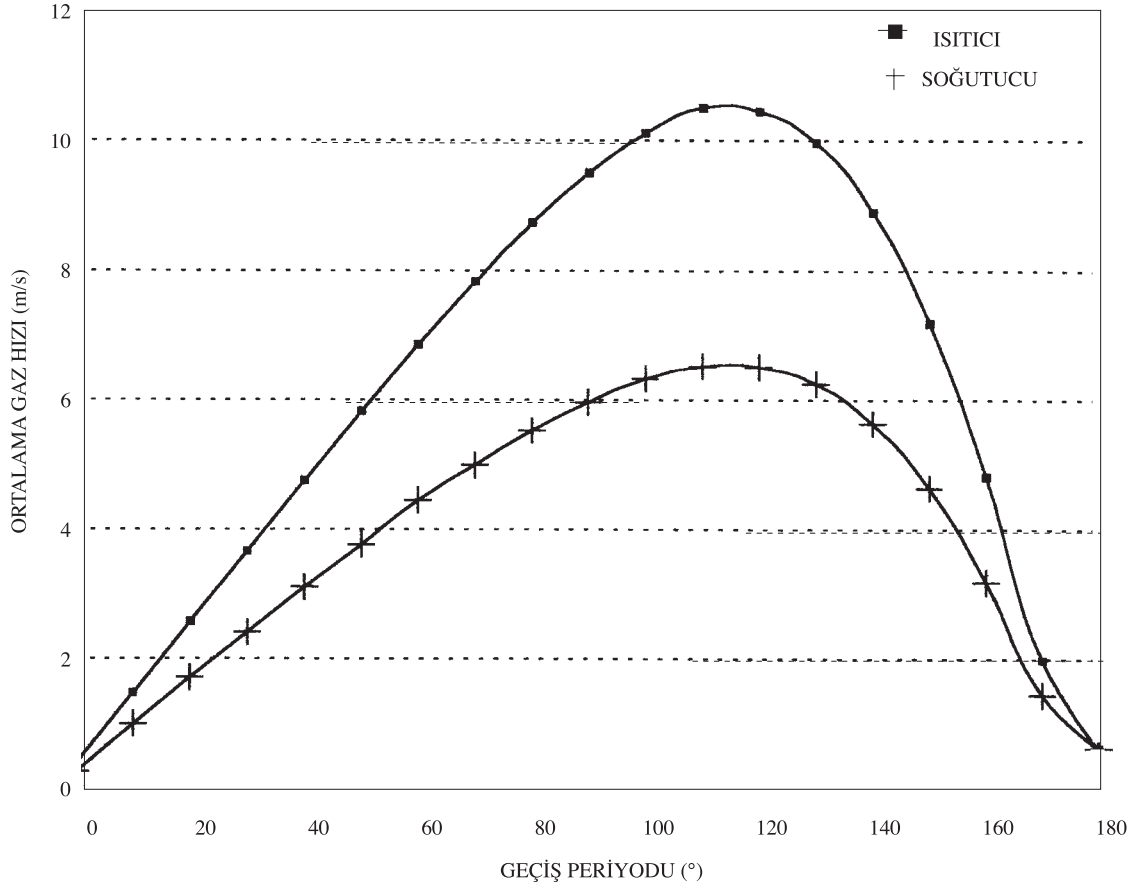
$$\rho_i = \frac{p}{R \cdot T_i} \quad (5)$$

ile hesaplanmaktadır. Isıtıcı ve soğutucu kanalı içerisinde ortalama iş gazı hızı;

$$\Delta m = U_f \cdot \rho \cdot A_g \cdot \Delta t \quad (6)$$

eşitliğinden hesaplanır. Burada Δt her 10°'lik krank mili dönüşü sırasında geçen zamandır. Yukarıda verilen 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 nolu denklemler oluşturulan bir bilgisayar programına yazılarak her 10° krank mili dönüşü sonunda motor içerisindeki beş bölgede oluşan basınç, hacim, iş gazı kütlesi ve yoğunluğu ayrı ayrı hesaplanmaktadır. Şekil 3'te krank milinin 720° dönüşü ile elde edilen kütle değişim grafiği verilmiştir.

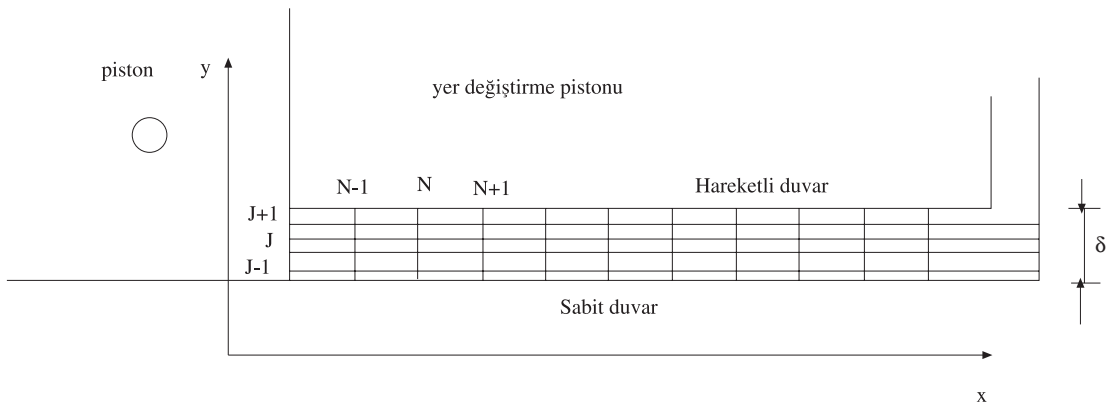
Isıtıcı ve soğutucuda ortalama iş gazı geçiş hızı 6 nolu denklem kullanılarak hesaplanmaktadır. Δm krank milinin 10°'lik dönüşüne başladığı andaki kütle miktarı ile 10° döndükten sonraki toplam kütle miktarının farkıdır. Motor hızı bilindiği için 10°'lik krank mili dönüşü için geçen süre Δt 'yi de hesaplamak mümkün olmaktadır. Isıtma ve soğutma periyodu boyunca ısıtıcı ve soğutucuda ortalama iş gazı hızının krank mili açısına bağlı değişimi Şekil 4'te gösterilmiştir.



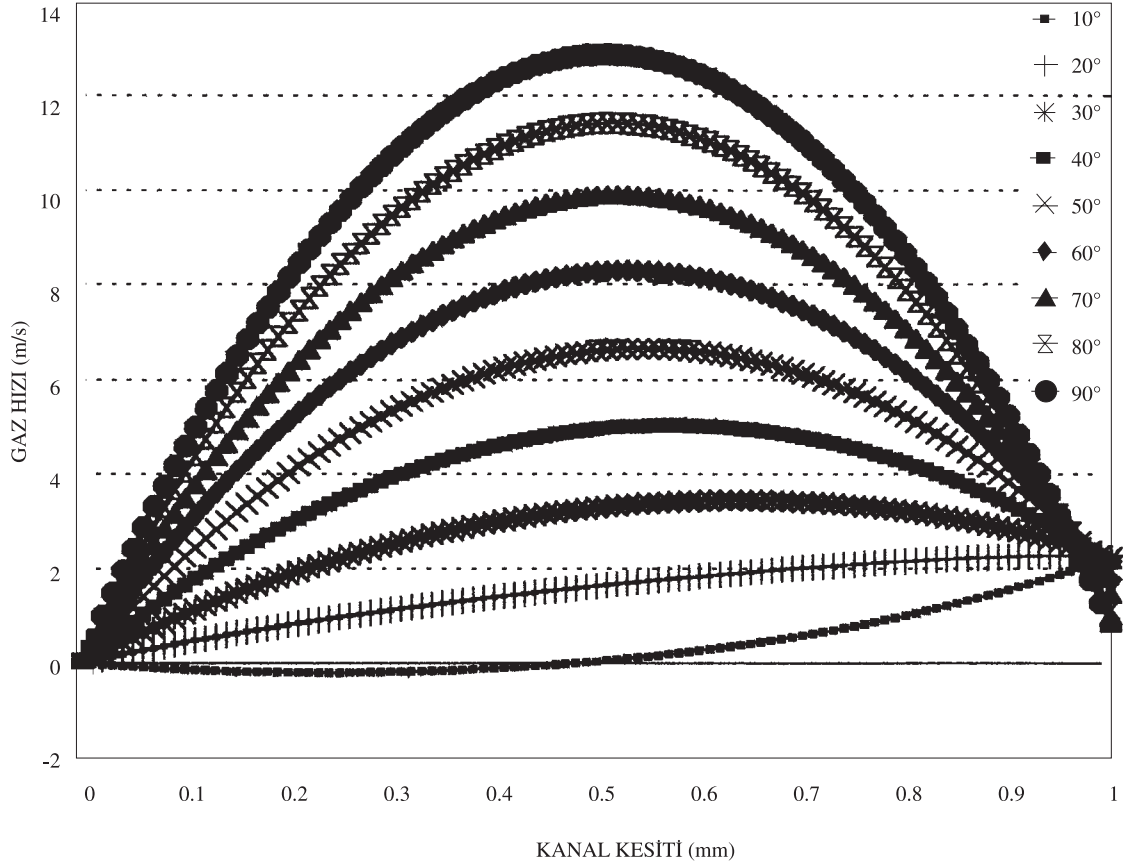
Şekil 4. Sabit Sıcaklıkta Sıkıştırma ve Genişleme Periyodu Boyunca Isıtıcı ve Soğutucuda Ortalama Gaz Hızının Değişimi.

Her 10° 'lik krank mili dönüşü süresince kanal içerisinde x yönünde anlık hız bütün noktalarda aynı olduğu ve iç içe geçmiş iki borudan oluşan ısıtıcı ve soğutucu içerisinde θ ve r yönünde akışkan hareketi olmadığı kabul edilmektedir. Yapılan bu kabullerle

çözüm iki boyutlu düzlemde yapılmaktadır. Radyal koordinatlarda z boyutu ile gösterilen iş gazı hareket yönü iki boyutlu düzlemde x ve radyal mesafe r ise y ile tanımlanmaktadır. Çözüm için oluşturulan fiziksel düzlem Şekil 5'te gösterilmiştir.



Şekil 5. Isıtıcıda ve Soğutucuda Çözüm İçin Oluşturulan Fiziksel Düzlem.



Şekil 6. Isıtıcı İçerisinde Oluşan Hız Profilleri (10°-90°).

Her 10°'lik krank mili dönüşü süresince iş gazı basıncının aynı olduğu, yani hız profillerinin belirlenmesinde ısıtıcı ve soğutucu içerisinde akışın sıkıştırılmaz olduğu kabul edilecektir. Burada kullanılacak momentum denklemi sıkıştırılmaz akış denklemi olduğundan hız üzerinde sıcaklığın bir etkisi olmamaktadır. Bu sebeple momentum ve enerji denklemleri ard arda çözülebilmektedir. Akış sıkıştırılmaz olduğu sürece bu şekilde bir çözümün sonuç üzerinde etkisi olmamaktadır. Ayrıca sıkıştırılabilir şartlarda da böyle bir çözüm yönteminin sonuç üzerinde belirgin bir farklılık yaratmamaktadır [Karabulut, Ataer, 1998]. Isıtıcı ve soğutucu içerisinde her adımda oluşan hız profilinin belirlenmesi için x yönünde momentum denklemi genel olarak;

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)$$

yazılabilir. x yönünde gaz hızı sabit kabul

edildiğinden ikinci terim sıfıra eşit olur. Aynı şekilde y yönünde hız bileşeni de olmadığından $V=0$ olur ve üçüncü terim de sıfıra eşit olur. Çözüm düzleminde $x \gg y$ olduğu için x içeren ikinci mertbe türevin sonuca etkisi y içeren terime göre oldukça küçük ve ihmal edilebilecek değerdedir [Bejan, 1984]. Bu kabullerle momentum denklemi;

$$\frac{\partial U}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (7)$$

şekline dönüşmüştür. Periyodun başlangıcında yani $t=t_0$ anında kanal içerisinde gaz hızı her yerde sıfıra eşittir. Piston harekete başladığı anda ise sabit duvarda gaz hızı sıfır ve hareketli duvarda ise duvar hızına eşit olmaktadır. Hız profilinin belirlenmesinde kullanılacak sınır şartları ise;

$$\begin{aligned} t = t_0 &\implies U(y) = 0 \\ y = 0 &\implies U = 0 \\ y = \delta &\implies U = U^{piston} \end{aligned}$$

olarak verilmiştir. İleriki adımlarda ise;

$$t = t_0 \implies U = U^F$$

olacaktır. U^F çözüm aralığında bir önceki adımda o nokta hesaplanan iş gazı hızıdır. 7 nolu momentum denkleminde yardımcı eşitlikler;

$$U_J^N - \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_J^N \Delta t = U_J^F \quad (8)$$

$$U_J^N + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_J^N \Delta y + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)_J^N \frac{\Delta y^2}{2} = U_{J+1}^N \quad (9)$$

$$U_J^N - \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_J^N \Delta y + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)_J^N \frac{\Delta y^2}{2} = U_{J-1}^N \quad (10)$$

olarak yazılır. 7 numaralı momentum denklemleri ve 8, 9 ve 10 numaralı yardımcı eşitlikler bir matrise yazılarak;

$$\begin{vmatrix} 1 & -\Delta t & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \Delta y & \frac{\Delta y^2}{2} \\ 1 & 0 & -\Delta y & \frac{\Delta y^2}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\nu \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U_J^N \\ \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_J^N \\ \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_J^N \\ \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)_J^N \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} U_J^F \\ U_{J+1}^N \\ U_{J-1}^N \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \end{vmatrix}$$

matris denklemler elde edilir. Cramer kuralı ile matris-ten;

$$U_J^N = \frac{\Delta t \Delta y \nu [U_{J-1}^N + U_{J+1}^N]}{2 \Delta t \Delta y \nu + \Delta y^3} - \frac{\left[\Delta t \Delta y^3 \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + U_J^F \Delta y^3}{2 \Delta t \Delta y \nu + \Delta y^3} \quad (11)$$

ısıtıcı ve soğutucu içerisinde hız profilini verecek olan 11 nolu sonlu fark eşitliği elde edilir. 11 nolu eşitlikten hız profillerinin belirlenmesi için $\partial p / \partial x$ 'in sayısal değerinin bilinmesi gerekmektedir. Buradan da anlaşılacağı gibi $\partial p / \partial x$ 'in her 10° 'lik krank mili dönüşünde 180° 'lik ısıtma ve soğutma periyodu boyunca farklı değerler almaktadır. Oluşturulan bilgisayar programında $\partial p / \partial x$ 'in başlangıç değeri isteğe bağlı seçilerek işleme başlanır ve elde edilen ortalama hız daha önce 6 numaralı eşitlik kullanılarak hesaplanan ortalama hızı değeri ile eşitleninceye kadar $\partial p / \partial x$ 'in değeri değiştirilerek kanal içerisinde 10° 'lik aralıklarla bütün ısıtma ve soğutma periyodu boyunca oluşan hız profilleri edilmektedir.

Sıcaklık profilinin belirlenmesi için enerji denklemleri;

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

yazılır. Zamana bağlı sınır şartı olmadığı için birinci terim ihmal edilmektedir. Kanal içerisinde y yönünde hız bileşeni olmadığı için üçüncü terim sıfır olur. Son olarak momentum denkleminde olduğu gibi x mesafesi y mesafesine göre çok büyük olmasından dolayı x içeren ikinci mertebeye türev y içeren ikinci derece türevelere göre sonuç üzerinde ihmal edilebilecek bir etkiye sahiptir ve enerji denklemleri bu kabullerle;

$$U_J^N \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_J^N - \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)_J^N = 0 \quad (12)$$

şeklinde yeniden düzenlenir. Sınır şartları;

$$x = 0 \implies T = T_i$$

$$y = 0 \implies T = T_{wd}$$

$$y = \delta \implies T = T_{wi}$$

kullanılacaktır. Isıtıcıya girişte sınır şartı rejeneratör çıkışı sıcaklığı olan T_i 'ye eşit olmaktadır ve deneysel ölçülen sıcaklık burada sınır şartı olarak kullanılmaktadır. Dış duvar sıcaklığı T_{wd} da sıcak kaynak sıcaklığıdır ve ısıtıcı dış duvarında çalışma sırasında sıcaklık sabit kabul edilmektedir. İç duvarda ise sıcaklık T_{wi} bilinmektedir ve sınır şartı olarak bu sıcaklık kullanılmaktadır. 12 nolu enerji denklemleri kullanılarak yardımcı eşitlikler;

$$T_J^N - \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_J^N \Delta y + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)_J^N \frac{\Delta y^2}{2} = T_{J-1}^N \quad (13)$$

$$T_J^N + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_J^N \Delta y + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)_J^N \frac{\Delta y^2}{2} = T_{J+1}^N \quad (14)$$

$$T_J^N - \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_J^N \Delta x = T_J^{N-1} \quad (15)$$

yazılır. 12 nolu enerji denklemleri ve bu denklemlerden türetilen 13, 14 ve 15 numaralı yardımcı eşitlikler bir matrise yazılarak;

$$\begin{vmatrix} 0 & U & 0 & -\alpha \\ 1 & 0 & -\Delta y & \frac{\Delta y^2}{2} \\ 1 & 0 & \Delta y & \frac{\Delta y^2}{2} \\ 1 & -\Delta x & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_J^N \\ \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_J^N \\ \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_J^N \\ \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)_J^N \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ T_{J-1}^N \\ T_{J+1}^N \\ T_J^{N-1} \end{vmatrix}$$

matris denklem elde edilir. Cramer kuralı ile matris-ten;

$$T_J^N = \frac{U_J^N \Delta y^3 T_J^{N-1} + \Delta x \Delta y \alpha T_{J+1}^N}{U_J^N \Delta y^3 + 2[\Delta x \Delta y \alpha]} + \frac{\Delta x \Delta y \alpha T_{J-1}^N}{U_J^N \Delta y^3 + 2[\Delta x \Delta y \alpha]} \quad (16)$$

kanal içerisinde sıcaklık profilini verece sonlu fark denklemi elde edilir. Isıtıcı ve soğutucu içerisinde ısı taşınım katsayısayıları ise;

$$h(T_w - T) = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad (17)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Hız profillerini belirlemek için kullanılan 11 nolu denklem ile birlikte sıcaklık profillerinin belirlenmesinde kullanılan 16 numaralı denklem aynı bilgisayar programına yazılarak her 10°'lik dönüş sonunda kanal boyunca oluşan sıcaklık profilleri iteratif olarak belirlenmektedir. Hesaplamalar için deneysel çalışmalarda ölçülen bazı sıcaklıklar sınır şartı olarak kullanılmıştır. İş gazı sıcaklığı rejeneratörün her iki tarafında ölçülmüş, ısıtıcıya girişte sıcaklık 525 K ve soğutucuya girişte ise 387 K olarak belirlenmiştir. Bu sıcaklıklar ısıtıcı ve soğutucuda sıcaklık profillerinin belirlenmesi için T_i sınır şartı olarak kullanılmıştır. Nümerik eşitliklerin çözümünde sınır şartları olarak bu sıcaklıklar kullanılmıştır. Çözüm esnasında ısıtıcı ve soğutucu boyu 20 cm alınmış ve ısıtıcıda 0.5 cm ve soğutucuda ise 1 cm aralıklarla hesaplamalar yapılmış, çözüm düzleminde yer değiştirme pistonu ve sabit cidar arasındaki 1 mm'lik mesafe ise 100 eşit parçaya bölünmüştür. Sonuçlar kaydedilerek grafikler oluşturulmuştur. Deneyler sırasında fırın sıcaklığı 1000 K'de sabit tutulmuş ve ısıtıcı duvar sıcaklığı da 1000 K alınmıştır. Hareketli duvara ise ısı radyasyon ve konveksiyonla geçmektedir ve sabit duvar sıcaklığına çok yakındır. Hesaplamalarda bu duvarda sıcaklık 950 K olarak alınmıştır. Soğutucuda ise sabit duvar sıcaklığı ortam sıcaklığında olduğu kabul edilmiş ve 300 K ölçülmüştür, hareketli duvarda ise sıcaklık sıkıştırma esnasında iş gazı sıcaklığındaki artış nedeniyle 350 K olarak alınmıştır.

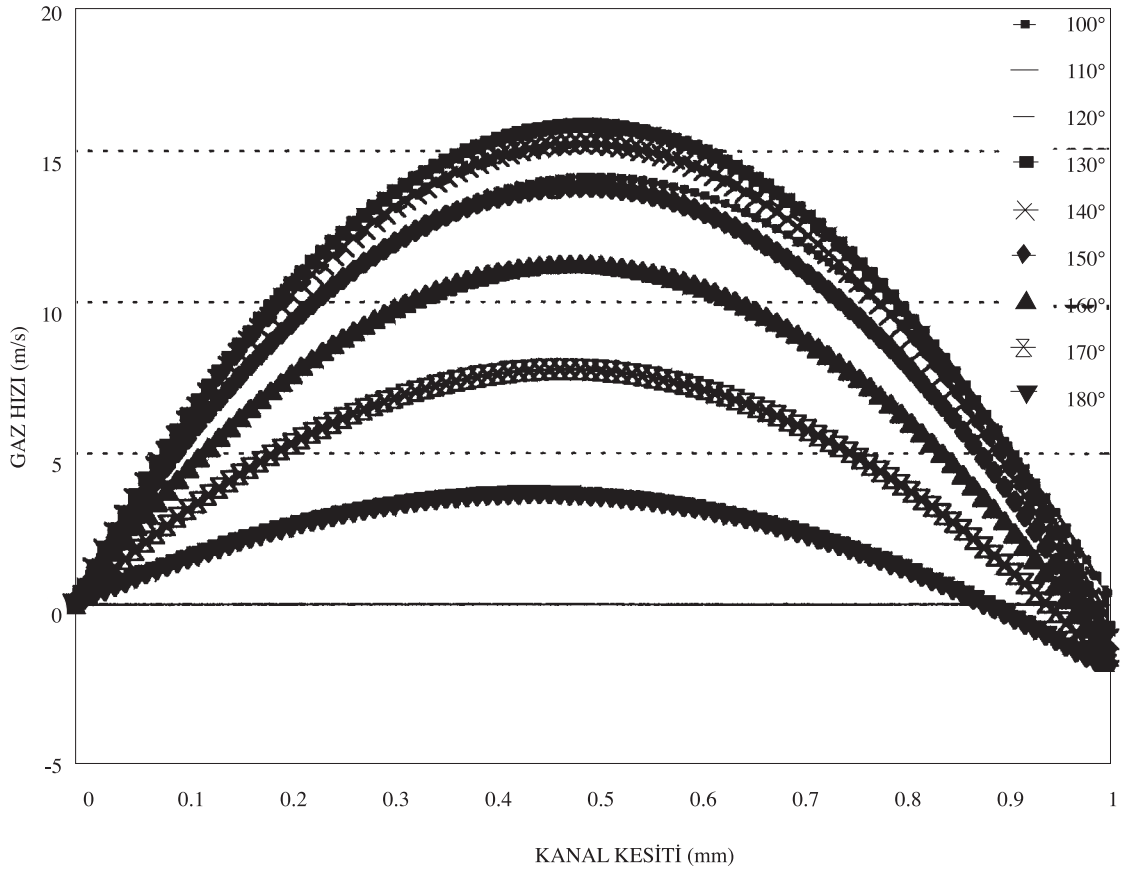
Sonuçlar ve Tartışma

$V(\alpha)$ -tipi iki silindri bir Stirling motorunda termodinamik analizler yapılarak motoru oluşturan beş bölge içerisinde çevrim boyunca iş gazının

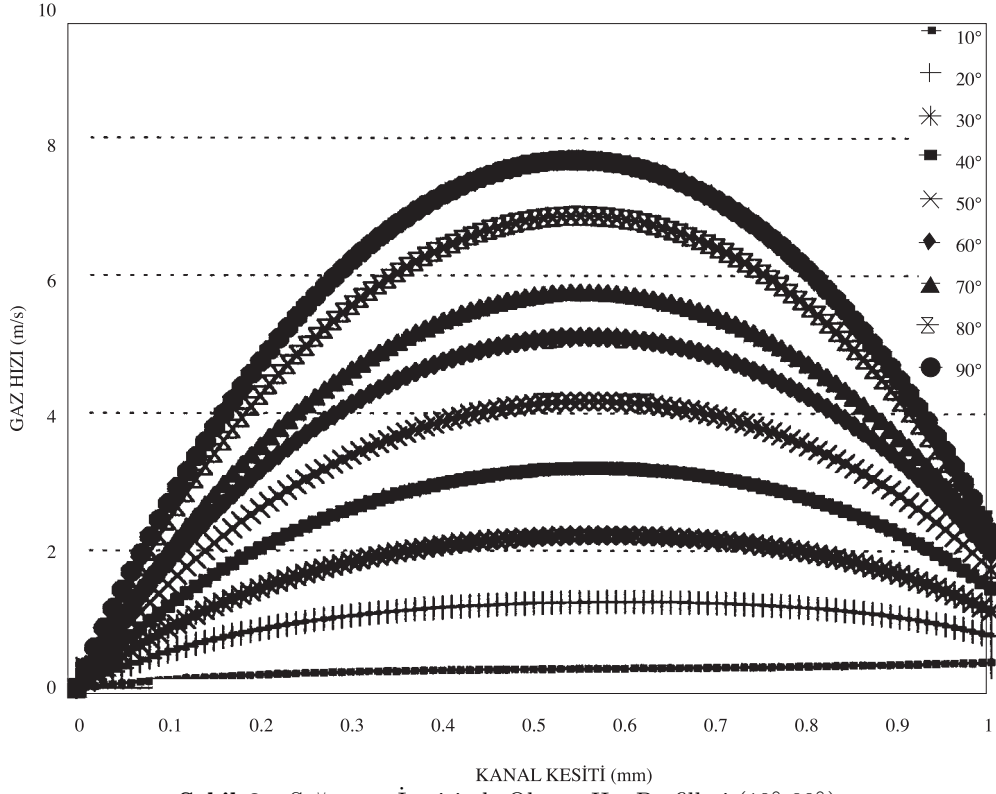
basıncı, kütle ve yoğunluk değişimi incelenmiş, kütle ve yoğunluk değişimleri kullanılarak ısıtıcı ve soğutucu içerisinde oluşan hız ve sıcaklık profilleri sonlu farklar yöntemi ile belirlenmiştir. Isıtıcı ve soğutucu içerisinde oluşan hız profilleri 11 numaralı sonlu fark denklemi kullanılarak elde edilmiştir. Isıtıcı içerisinde 180°'lik genişleme periyodu boyunca oluşan hız profilleri Şekil 6 ve 7'de gösterilmiştir. Şekil 8 ve 9'da ise sıkıştırma periyodu boyunca soğutucu içerisinde oluşan hız profilleri gösterilmektedir. Yapılan termodinamik analizlerde ısıtıcı içerisine iş gazı akışı, sıcak silindir içerisindeki piston alt ölü noktadan üst ölü noktaya doğru hareket ederken strokun tam ortasında başlamakta ve piston alt ölü noktaya doğru hareket ederken strokun ortasında sona ermektedir. Isıtıcı içerisine iş gazı akışı 180°'lik krank mili dönüşü boyunca olmaktadır. Genişleme periyodunun 130°'sinde iş gazı ısıtıcı içerisinde maksimum hıza ulaşmaktadır ve hız 15.85 m/s olmaktadır (Şekil 7). Bu anda ortalama gaz hızı ise 10.5 m/s civarında olmaktadır (Şekil 4). Sıcaklık profillerinin belirlenmesinde ise 16 nolu sonlu fark denklemi kullanılmıştır. Isıtıcı boyu ile ısıtıcı kesitinde sıcaklık değişimi yalnızca maksimum gaz hızına ulaşılan 130° için verilmiştir. Çünkü düşük sıcaklıklarda sıcaklık profili girişe daha yakın bir noktada kararlı bir hal almakta ve gaz hızı arttığında ise girişten daha uzak bir noktada sıcaklık değişimi kararlı olmaktadır. Şekil 10'da genişleme periyodunun 130°'si için sıcaklık profilinin ısıtıcı boyu ile değişimi verilmiştir. Çalışma gazı sıcaklığı girişten itibaren sürekli artış göstermekte ve 12 cm'den sonra kararlı, değişmez bir hal almaktadır, 12 ve 14 cm'de oluşan sıcaklık profilleri üst üste çakışmaktadır. Bu aynı zamanda ısıtıcı boyunun 12 cm olmasının yeterli olacağı anlamına gelmektedir. Şekil 11'de ise genişleme periyodu boyunca ortalama iş gazı sıcaklığının ısıtıcı boyu ile değişimi verilmiştir. Isıtıcı girişinden 10 cm sonra periyot boyunca sıcaklık değişmemekte ve 984 K sabit sıcaklık değerine ulaşmaktadır. Şekil 12'de ise genişleme periyodu boyunca ısıtıcı iç yüzeyinde oluşan ısı taşınım katsayısının ısıtıcı boyu ile değişimi gösterilmektedir. Isı taşınım katsayıları, periyot boyunca gaz sıcaklıklarında değişimlerin görüldüğü 12 cm'ye kadar çeşitli değerler almakta ve bu noktadan sonra 203 W/m²K sabit değerine ulaşmaktadır. Isı transferi ve diğer hesaplamalarda bu ve benzer şartlarda çalışan Stirling motorları için ısı taşınım katsayısının 210 W/m²K alınması uygun olacaktır.

Soğutucuya iş gazı akışı soğuk silindir içerisindeki piston alt ölü noktadan üst ölü noktaya doğru hareket ederken başlamakta ve piston üst ölü noktaya varıncaya kadar devam etmektedir. Piston hızı strokun ortasında maksimum olmasına rağmen iş gazı maksimum hıza strokun 130° 'sinde ulaşmaktadır ve maksimum iş gazı hızı bu noktada 9.34 m/s olmaktadır (Şekil 9). Bu noktada ortalama gaz hızı ise 6.5 m/s 'dir (Şekil 4). Maksimum gaz hızına ulaşılan 130° için soğutucu boyunca oluşan sıcaklık dağılım profilleri Şekil 13'te verilmiştir. Çalışma gazı sıcaklığı soğutucu sonlarına yaklaştıkça çok az bir değişim göstermektedir. Özellikle 14 ve 16 cm 'deki sıcaklık profilleri birbirine oldukça yaklaşmaktadır. Ölü

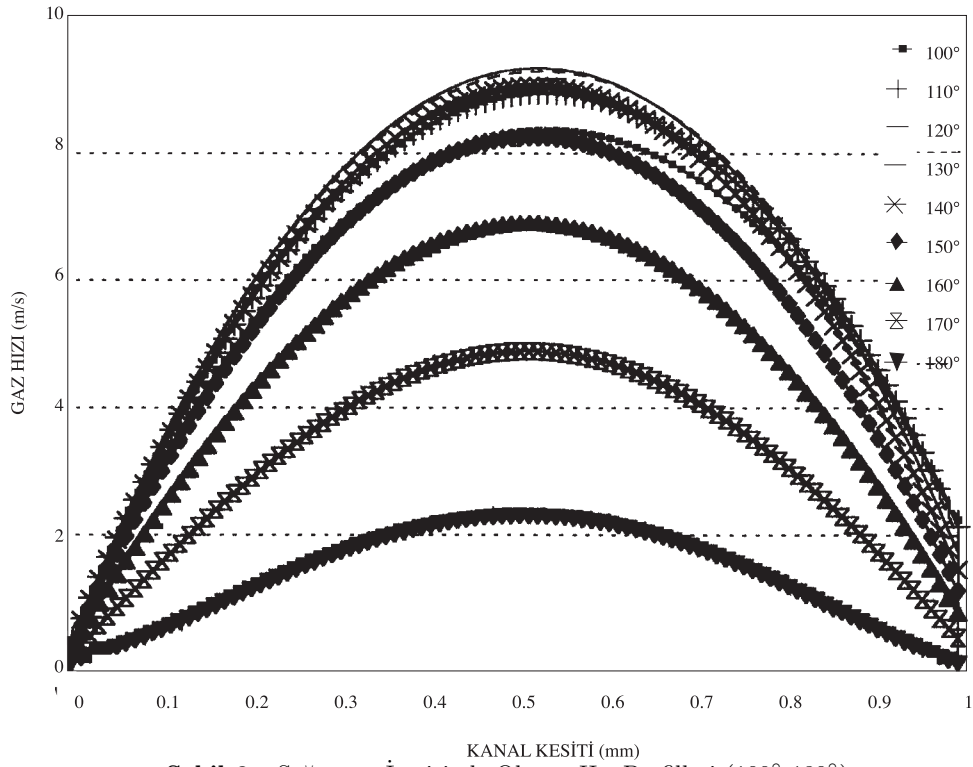
hacim faktörü de göz önüne alındığında soğutucu boyunu 14 cm 'de sınırlandırmak uygun olacağı görülmektedir. Sıkıştırma periyodu boyunca ortalama iş gazı sıcaklığı eğrileri ise Şekil 14'te gösterilmiştir. Çalışma gazı 387 K sabit sıcaklığında soğutucuya girmekte ve soğutucu sonunda 329 K değerine ulaşmaktadır. Bütün soğutma periyodu boyunca soğutucu iş gazı sıcaklığında yaklaşık 60° 'lik bir azalma sağlanmaktadır. Şekil 15'te ise sıkıştırma periyodu boyunca ısı taşınım katsayısının ısıtıcı boyunca değişimi gösterilmektedir. Yapılacak ısı transferi ve diğer hesaplamalarda ısı taşınım katsayısı bu ve benzer şartlarda çalışan Stirling motorları için ısı taşınım katsayısı eğrilerinin ortalaması $60 \text{ W/m}^2\text{K}$ alınması uygun olacaktır.



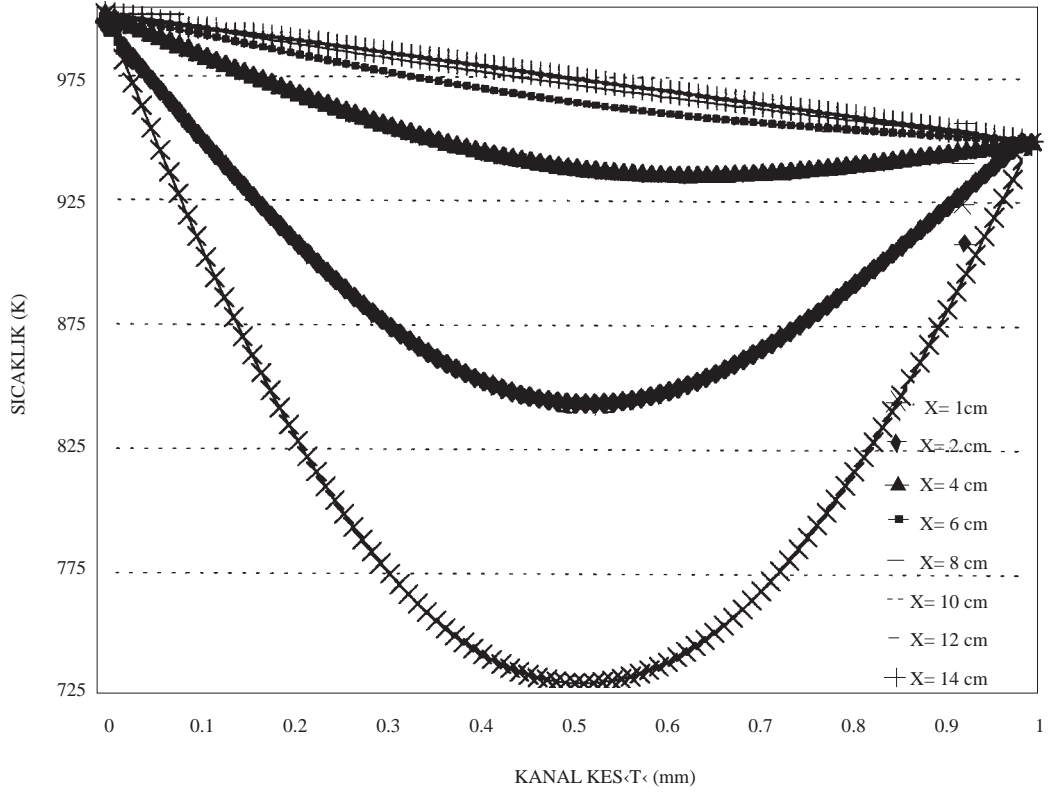
Şekil 7. Isıtıcı İçerisinde Oluşan Hız Profilleri (100° - 180°).



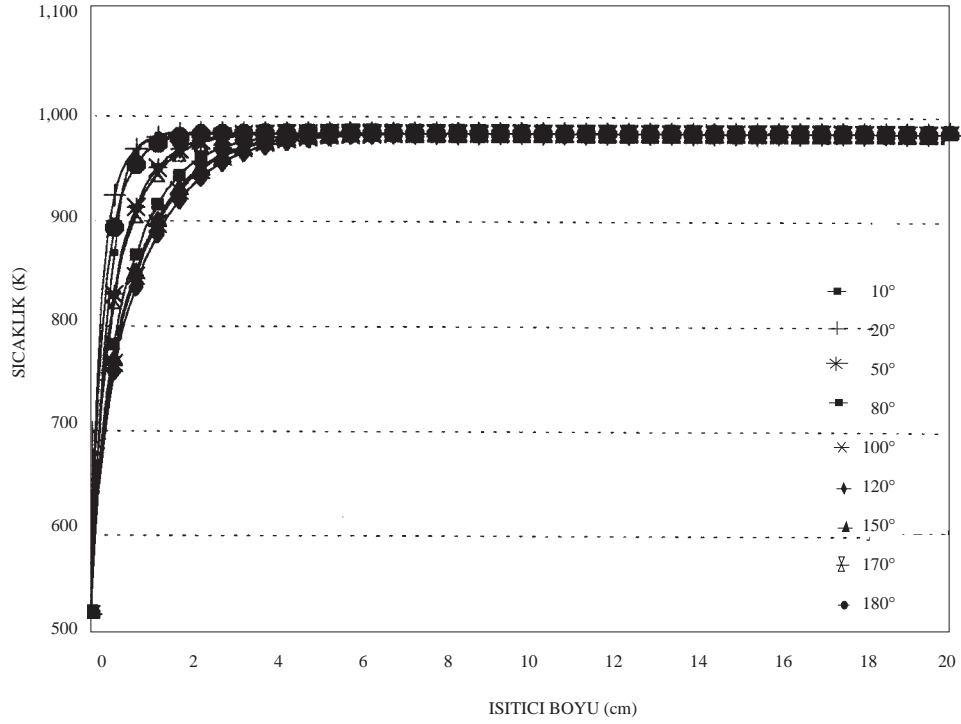
Şekil 8. Soğutucu İçerisinde Oluşan Hız Profilleri (10°-90°).



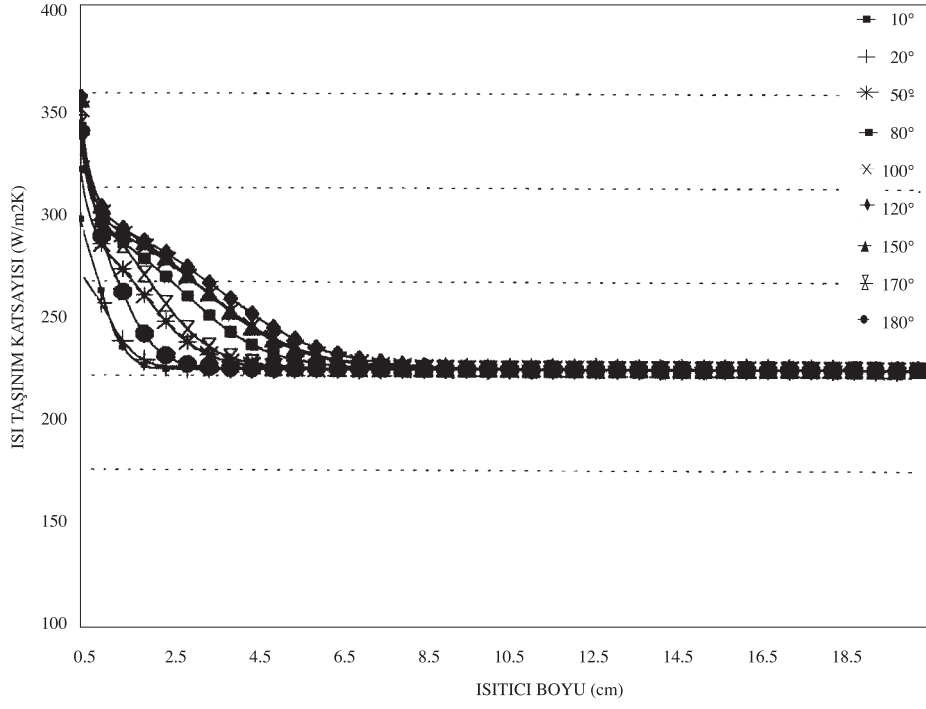
Şekil 9. Soğutucu İçerisinde Oluşan Hız Profilleri (100°-180°).



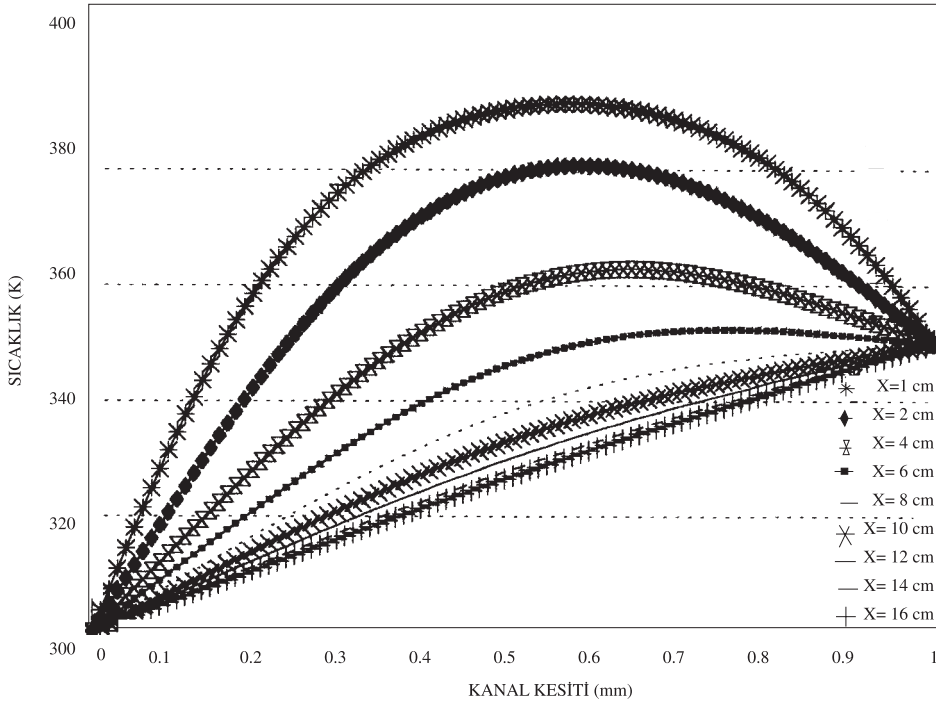
Şekil 10. Istatıcı Boyu ile Istatıcı Kesitinde Sıcaklık Profillerinin Değişimi (130°).



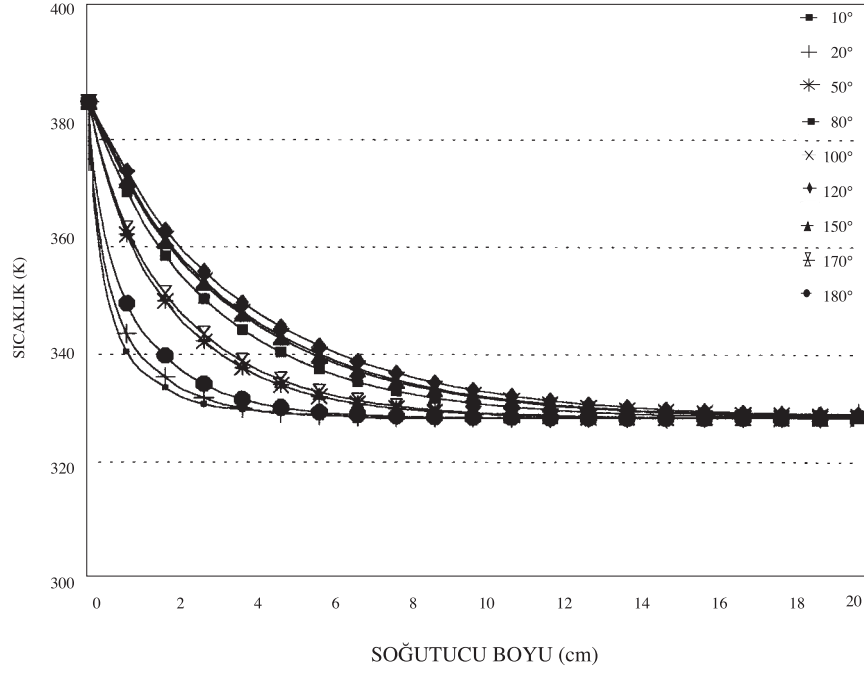
Şekil 11. Genişleme Periyodu Boyunca Ortalama Sıcaklığın Istatıcı Boyu ile Değişimi.



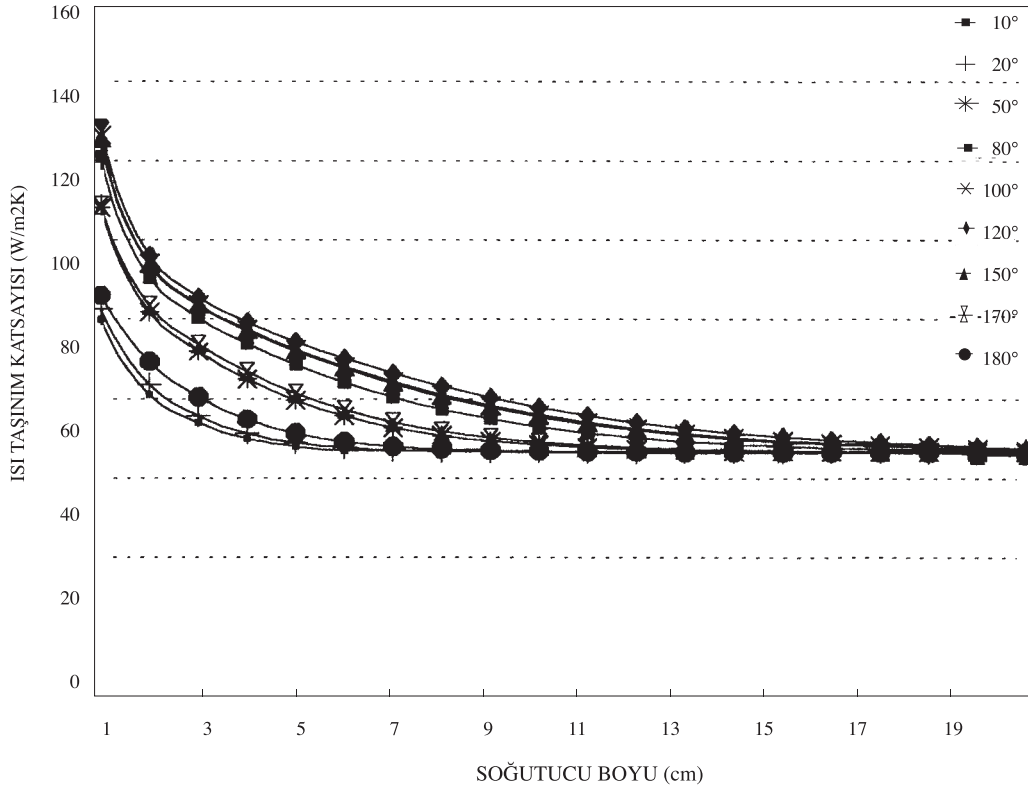
Şekil 12. Genişleme Periyodu Boyunca Isı Taşınım Katsayısının Isıtıcı Boyu ile Değişimi.



Şekil 13. Soğutucu İçerisinde Oluşan Sıcaklık Profillerinin Soğutucu Boyu ile Değişimi (130°).



Şekil 14. Soğutma Periyodu Boyunca Ortalama Sıcaklığın Soğutucu Boyu ile Değişimi.



Şekil 15. Soğutma Periyodu Boyunca Isı Taşınım Katsayısının Soğutucu Boyu ile Değişimi.

Semboller

A	Alan, m ²
h	Isı taşınım katsayısı, W/m ² K
k	Isı iletim katsayısı, W/mK
m	Kütle, kg
p	Basınç, kPa
R	Gaz sabiti, kJ/kgK
S	Entropi, J/K
t	Zaman, s
T	Sıcaklık, K
U	Gaz hızı, m/s
U ^F	Önceki işlem basamağındaki gaz hızı, m/s
v	Özgül hacim m ³ /kg
V	Hacim, m ³ , Gaz hızı, m/s
α	Termal difüzyon katsayısı, m ² /s
δ	Isıtıcı ve soğutucu kanal genişliği, m
ν	Kinematik viskozite, m ² /s
θ	Faz açısı, (°)
ϕ	Krank mili açısı, (°)
ρ	Yoğunluk, kg/m ³

İndisler:

c,C	Soğuk silindire ait
e,E	Sıcak silindire ait
f	İş gazına ait
g	Geçiş
h	Isıtıcıya ait
i	Giriş, Bölge sayıcısı
J	y yönünde düğüm sayıcısı
k	Soğutucuya ait
n	Toplam
N	x yönünde düğüm sayıcısı
r	Rejeneratöre ait
wd	Dış duvar
wi	İç duvar

Kaynaklar

Bejan, A., "Convection Heat Transfer", John Wiley & Sons, (1984).

Carlsen, H., "10 kW Hermetic Stirling Engine for Stationary Applications", 6th ISEC, paper no:93086, pg. 401-406, Eindhoven, 26-28 May, (1993).

Finkelstein, T., "Air Engines I", The Engineer, pg. 492-497, 27 March, (1959a).

Finkelstein, T., "Air Engines I", The Engineer, pg. 522-527, 3 April, (1959b).

Finkelstein, T., "Thermodynamic Analysis of Stirling Engines", Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 4, No-9, pg. 1184-1189, (1967).

Isshiki, N., Shishido, K., Watanabe, K., et al. "Research and Development on Solar Stirling Engine TNT-1, 2 and 3", 5th ISEC, paper no:91056, pg. 279-284, Dubrovnik, 8-10 May, (1991).

Karabulut, H., "Stirling Motorlarının Termodinamik Simülasyonu", Türk Isı Bilimi ve Tekniği Dergisi, Cilt 19, Sayı 1-2, sayfa 21-25, Nisan (1998).

Karabulut, H., Ataer, Ö. E., "Numerical Solution of Boundary Layer Equations in Compressible Cross-Flow to a Cylinder", International Journal Heat Mass Transfer, Vol. 41, No. 17, pp. 2677-2685, (1998).

Lista, P., "Commercial Stirling Machine Models: Technical Data and Availability", 5th ISEC, paper no: 91076, pg. 399-410, Dubrovnik, 8-10 May, (1991).

Martini, W. R., "Stirling Engine Design Manual", U. S. Department of Energy, DOE/NASA/3152-78/1, NASA CR-135182, April, (1978).

Michels, A. P. J., "The Philips Stirling Engine: A Study its Efficiency As a Function of Operating Temperatures and Working Fluids", 769258, 11th IECEC, Sahara Tahoe Hotel, Statline, Nevada, September 12-17, (1976).

Moreno, J. B., Andracka, C. E., and T. A. Moss, "Boiling Behaviour of Sodium-Potassium Alloy in a Bench-Scale Solar Receiver", 27th IECEC, paper no: 929778, pg. 5201-5208, San Diego, CA, August, 3-7, (1992).

Ross, B. A., Bates, J. M., and N. R. Larson "Characterization of Transient of Direct Solar Insolation Based on One-Minute Data", 27th IECEC, paper no: 929180, pg. 5215-5220, San Diego, CA, August, 3-7, (1992).

Schmidt, G., "The Theory of Lehmann's Calorimetric Machine", Zeitschrift des Vereines Deutcher Ingenieure, Vol. 15, Part 1. Jan, (1871).

Shock, A., "Stirling Engine Nodal Analysis Program", Journal of Energy, Vol. 2. No-6, pg. 354-362, Nov.-Dec, (1978).

Simetkosky, M., "MOD-I Automotive Stirling Engine Mechanical Development", SAE paper no: 840462, pg. 3383-3390, (1985).

Tew, R., Jefferies, K., Miao, D., "A Stirling Engine Computer Model For Performance Calculations", US Department of Energy, Office of Conservation and Solar Applications Division of Transportation Energy Conservation, DOE/NASA/1011-78/24 NASA TM-78884 (1978).

Urielli, I., Kushnir, M., "The Ideal Adiabatic Cycle - A Rational Basis For Stirling Engine Analysis", 17th IECEC Westin Bonaventure, Los Angeles, California,

8-12 August, (1982).

Walker, G., "Stirling Engines", Calredon Press, Oxford, (1980).